Berufsreifeprüfung

Mathematik

LEITFADEN FÜR DIE KOMPETENZORIENTIERTE REIFEPRÜFUNG BIS 2016

BM | BF
Bundesministerium für Bildung und Frauen

IMPRESSUM

HERAUSGEBER: Bundesministerium für Bildung und Frauen, Minoritenplatz 5, 1010 Wien

AUTORINNEN:

Mag.[a] Renate Ginzinger

Mag. Wolfgang Huber

Mag. Walter Klein

Mag. Andreas Reimair

Mag.[a] Sandra Spiegl

FACHLICHE BERATUNG: Mag. Martin Schodl, bifie Wien
Univ. Prof. Dr. Karl Fuchs

LAYOUT UND SATZ: Michael Shorny, www.mangomoon.at

Die *„Berufsreifeprüfung für Erwachsene"* ist ein herausragendes Erfolgsmodell im österreichischen Bildungssystem. Rund 27.000 Personen, die sich derzeit auf die Berufsreifeprüfung vorbereiten, und mehr als 3.000 Absolventinnen und Absolventen jährlich belegen eindrucksvoll, dass viele Menschen lebensbegleitendes Lernen als große Chance sehen und zusätzliche Qualifikationen erwerben wollen.

Kandidatinnen und Kandidaten, die diesen Weg zur Reifeprüfung wählen, stehen überwiegend im Berufsleben und weisen eine Vielzahl an fachlichen Fertigkeiten und berufseinschlägigen Erfahrungen auf. Handlungsdimensionen und ein kompetenzorientierter Lernansatz im Zentrum der pädagogischen Arbeit unterstützen neue, kreative Anwendungsmöglichkeiten im sozialen oder beruflichen Kontext der Lernenden, und intensivieren den Ausbau ihrer analytischen und reflexiven Fähigkeiten.

Mit der Erarbeitung eines eigenen, kompetenzorientierten Curriculums für die Berufsreifeprüfung im Jahr 2010 sowie eines *Leitfadens für die kompetenzorientierte Reifeprüfung* im Jahr 2011 ist es gelungen, sowohl einen Paradigmenwechsel zur Handlungs- und Kompetenzorientierung in der Vorbereitung zur Berufsreifeprüfung zu vollziehen, als auch einen erwachsenengerechten, kompetenzorientierten Ansatz in der Prüfungssituation zu etablieren.

Die nun vorliegende adaptierte Version des *Leitfadens* berücksichtigt die neuesten methodischen und didaktischen Entwicklungen im Rahmen der standardisierten, kompetenzorientierten Reifeprüfung und soll dazu beitragen, die standardisierte, kompetenzorientierte Reifeprüfung ab dem Jahr 2016 auch in der Berufsreifeprüfung erfolgreich umzusetzen.

Bis dahin wird der *Leitfaden* als gemeinsames Referenzdokument für Erwachsenenbildungseinrichtungen, Externistenprüfungskommissionen und die Lernenden fungieren. Eine kompetenzbasierte Prüfungskultur, welche die Handlungsdimensionen in den Mittelpunkt stellt, kann sich nur dann weiterentwickeln, wenn alle Beteiligten auch in Zukunft konsequent und engagiert daran mitwirken – die Lehrenden, die PrüferInnen und auch die Vorsitzenden der Kommissionen.

Ich bedanke mich deshalb für die Unterstützung aller Lehrerinnen und Lehrer und aller ErwachsenenbildnerInnen, die mithelfen, die Handlungs- und Kompetenzorientierung umzusetzen und die damit verbundenen pädagogischen und organisatorischen Herausforderungen im Sinne der Lernenden zu bewältigen. Ohne Ihre Unterstützung, ohne Ihr Engagement und ohne Ihren fachlichen Beitrag würde dieser wichtige Schritt in die Zukunft nicht gelingen.

Gabriele Heinisch-Hosek

Bundesministerin für Bildung und Frauen

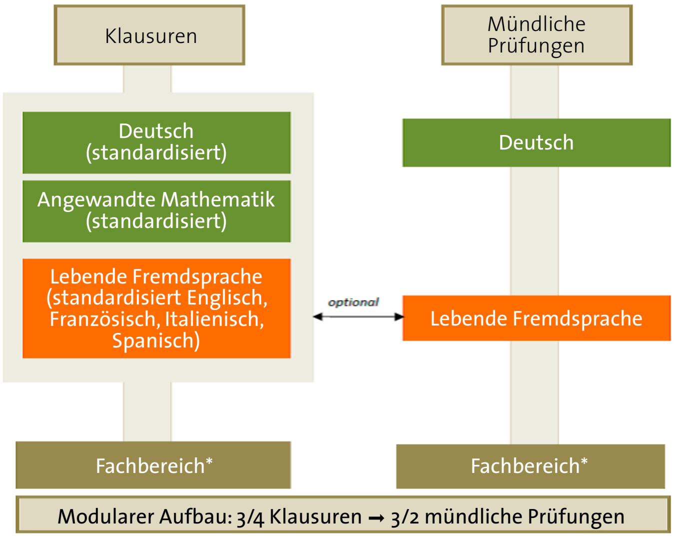
INHALT

Die standardisierte, kompetenzorientierte Reifeprüfung in der Berufsreifeprüfung ab 2016:

Ein Ausblick

Die standardisierte, kompetenzorientierte Reife- und Diplomprüfung sichert Objektivität, Transparenz und Vergleichbarkeit von Prüfungsleistungen und erhöht damit die Aussagekraft von Prüfungen nicht zuletzt in der europaweiten Vergleichbarkeit von Abschlüssen.

Mit 1. April 2016 tritt die neue Reife- und Diplomprüfung auch im Bereich der Berufsreifeprüfung in Kraft. Ab diesem Zeitpunkt finden standardisierte, schriftliche Prüfungen zu zentral vorgegebenen Terminen statt. Ab 2016 ergibt sich im Bereich der Berufsreifeprüfung eine Prüfungsarchitektur wie folgt:



* Die Anzahl der Prüfungsantritte kann sich aufgrund des Entfalls der Prüfung im Fachbereich gemäß § 3 Abs. 2 BRPG verringern. Optional kann die Teilprüfung im Fachbereich auch als Projektarbeit mit Präsentation und Diskussion angelegt werden.

In den standardisierten Fächern kommen zentral erstellte Prüfungsaufgaben zur Anwendung, die zur Prüfung der Qualität, Validität und Klarheit der Instruktionen umfangreichen Feldtestungen unterzogen wurden.

In Deutsch sind drei Arbeitspakete mit je zwei Schreibaufträgen vorgesehen, die verschiedene Aspekte von schriftlicher Kompetenz überprüfen. Jedem Schreibauftrag sind jeweils drei bis vier Arbeitsaufträge zugeordnet, die sich durch Einsatz standardisierter Operatoren in ihrer Komplexität steigern. Unter dem angegebenen Link stehen u.a. Textsorten- und Operatorenkatalog, Musterthemenpakete, Maturaaufgaben sowie Beurteilungskriterien inklusive Beurteilungsraster und Erläuterungen zur Verfügung:

» www.bifie.at/node/77

Die schriftlichen Aufgabenstellungen in Englisch entsprechen dem Kompetenzniveau B2 des gemeinsamen europäischen Referenzrahmens für Sprachen (GERS). Die Aufgaben werden in *Leseverständnis (reading), Hörverständnis (listening)* und *Schreibkompetenz* *(writing)* unterteilt. Im Bereich der Berufsreifeprüfung wird die Mehrzahl der Prüfungen in diesem Gegenstand mündlich durchgeführt. Weitere Informationen sind hier erhältlich:

» www.bifie.at/node/78

In ANGEWANDTER MATHEMATIK werden mathematische Kompetenzen abgefragt, die auf der Handlungsdimension die Tätigkeiten *des Modellierens und Transferierens, des Operierens* (mit Technologieeinsatz) und des *Reflektierens* einschließen. In der Kompetenz des Reflektierens sind die Kompetenzen des Interpretierens und Dokumentierens sowie des Argumentierens und Kommunizierens zusammengefasst. Es werden sieben bis elf Aufgabenstellungen mit insgesamt 27 bis 33 Items aus Teil A der BHS gestellt. Fragen aus Teil B finden keine Anwendung. Unter folgendem Link sind weitere Informationen zur Angewandten Mathematik verfügbar, hier finden Sie auch eine Probematura und den ersten Schulversuch Teil A aus Angewandter Mathematik vom Mai 2013:

» www.bifie.at/node/81

Ab Dezember 2013 finden an insgesamt 12 Standorten verschiedener Erwachsenenbildungseinrichtungen Pilotierungsphasen in den Gegenständen Deutsch und Angewandte Mathematik statt. Generalisierte Rückmeldungen der Ergebnisse unterstützen die Erwachsenenbildungseinrichtungen bei der Ausrichtung ihrer methodisch-didaktischen Konzepte und damit bei der Umstellung auf die standardisierte Reifeprüfung ab 2016. Darüber hinaus sollen bis spätestens April 2016 die physikalischen und logistischen Voraussetzungen geschaffen werden, um den Sicherheitsanforderungen je nach Zustellungsart der Aufgabenstellungen (digital oder physikalisch) zu entsprechen.

Die laufend stattfindende Auseinandersetzung mit den Rahmenbedingungen und den Eckpunkten der standardisierten Reifeprüfung dient insbesondere dazu, den Übergang gut zu bewältigen. Die aktuelle gesetzliche Situation, insbesondere das Bundesgesetz über die Berufsreifeprüfung (BRPG, BGBl. I Nr. 68/1997 zuletzt geändert mit BGBl. I Nr. 32/2011) sowie die Berufsreifeprüfungscurricularverordnung (BRPCV, BGBl. II Nr. 40/2010) bieten ausreichend Spielraum, um eine kompetenzorientierte Herangehensweise schon jetzt zu erproben und nicht erst 2016 mit einer radikalen Neuausrichtung der pädagogischen Konzepte zu beginnen.

Mit den Leitfäden zur kompetenzorientierten Reifeprüfung, die 2011 als gemeinsames Referenzdokument für Erwachsenenbildungseinrichtungen, Externistenprüfungsschulen und die Kandidatinnen und Kandidaten der Berufsreifeprüfung verankert wurden, wurde der Grundstein zu einer modernen, kompetenzbasierten Prüfungskultur gelegt. Die nun durchgeführte Adaption und grundlegende Überarbeitung dieser Leitfäden trägt dem aktuellen Stand der Diskussion und den Entwicklungen in Zusammenhang mit der standardisierten Reifeprüfung Rechnung und berücksichtigt darüber hinaus die bisherigen Erfahrungen mit den Leitfäden.

Bis 2016 sind die neuen Leitfäden das relevante Referenzdokument für das Zusammenspiel der Externistenprüfungskommissionen, der Landesschulbehörden und Einrichtungen der Erwachsenenbildung.

1. Die Bedeutung der Kompetenzorientierung im Unterricht

Die Berufsreifeprüfung bzw. Lehre mit Matura will einerseits junge, noch nicht volljährige Bildungswerber/innen erreichen, die z. B. eine berufsbildende mittlere Schule abgeschlossen haben, in einem aufrechten Lehrverhältnis stehen oder die Lehre bzw. eine Berufsschule abgeschlossen haben, und andererseits erwachsene Bildungswerber/innen mit sehr unterschiedlicher schulischer und/oder beruflicher Vorbildung.

Dies muss sowohl bezüglich der Anknüpfung an die Vorkenntnisse, als auch bei der Auswahl der vielfältigen mathematischen Anwendungen beachtet werden. Die Schulabgänger/innen verfügen meist noch über die grundlegenden Rechentechniken bis zur achten Schulstufe, die Erwachsenen bringen dafür in der Regel reichere Erfahrungen aus dem beruflichen Umfeld mit, sind aber mit den Lerntechniken kaum mehr vertraut.

„Unter Kompetenzen versteht man längerfristig verfügbare kognitive Fähigkeiten, die von Lernenden entwickelt werden können und sie befähigen, bestimmte Tätigkeiten in variablen Situationen auszuüben, sowie die Bereitschaft, diese Fähigkeiten und Fertigkeiten einzusetzen.“[1]

Die Kompetenzorientierung im Unterricht, die der Kompetenzdefinition von Weinert (2001, S. 27ff)[2] folgt, hat zum Ziel, dass erworbenes Wissen, Können und Wollen für die Bearbeitung und Lösung (auch) neuartigerer Aufgaben, auch solcher mit komplexeren Zusammenhängen, zur Verfügung stehen.

Fokus der Unterrichtsbemühungen sind nicht die Inhalte, die durchgenommen werden sollen (der Input), sondern das Ergebnis der Unterrichtsbemühungen, die Kompetenzen der Schüler/innen (der Output). Dafür muss eine geeignete Lernumgebung, und somit auch Aufgabenstellungen, so gestaltet werden, dass dadurch Kompetenzen entwickelt und gefördert werden.

Kompetenzen können nicht direkt überprüft werden. Man kann aber versuchen Aufgaben zu finden, deren Bewältigung Rückschlüsse auf eine bzw. mehrere Kompetenzen zulassen, über die die Lernenden verfügen müssen, wenn sie diese Aufgabe lösen können. Wenn Prüfungsaufgaben valide sein sollen, müssen sie möglichst punktgenau auf die nachzuweisenden Kompetenzen abzielen. Tendenziell werden also Testaufgaben, die einzelne Kompetenzen überprüfen wollen, elementar und kurz sein.

---

1 Institut für Didaktik der Mathematik (2007): *Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*, Version 4/07, S 9, Klagenfurt, www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/495.htm (28. Feber 2013)

2 Weinert, F. E. (2001): *Vergleichende Leistungsmessungen in Schulen – eine umstrittene Selbstständigkeit*. In: *Leistungsmessungen in der Schule* (Weinert, Hrsg.), Beltz Verlag: Weinheim, S. 17–31

Der hier vorliegende Leitfaden gibt zunächst mit den „Richtlinien für die schriftliche Klausur“ einen Überblick über die Eckpunkte einer Berufsreifeprüfung aus Mathematik und Angewandter Mathematik.

Dann werden – Bezug nehmend auf das kompetenzorientierte Curriculum – modellhaft Handlungsbereiche und charakteristische Tätigkeiten beschrieben.

Darauf aufbauend wird ein Katalog von „wesentlichen mathematischen Kompetenzen“, gegliedert nach dem jeweiligen Inhaltsbereich, aufgelistet, der die Grundlage für die Klausur aus Mathematik und Angewandter Mathematik bildet. Grundkompetenzen behandeln das Grundlegende, mehr oder weniger Unverzichtbare eines Stoffgebietes. Sie liefern den Lehrenden Orientierung, Struktur für den Unterricht und ermöglichen den Lernenden die Konzentration auf das Wesentliche (s. S. 27, Literaturverweis 6).

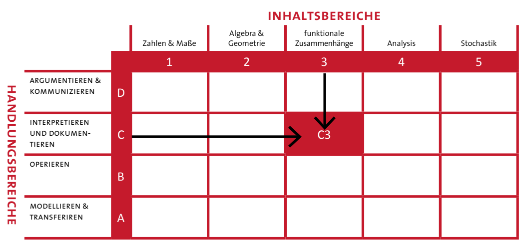
Da jedoch die Vorbereitung auf die Berufsreifeprüfung sehr komprimiert im Zeitfenster von zwei bis vier Semestern abgehalten wird, ist es umso wichtiger, die grundlegenden Aufgaben zur Überprüfung vorhandener Kompetenzen immer wieder im Unterricht einzubauen und zu wiederholen.

Zur Illustration sowie zur Konkretisierung einiger der aufgelisteten wesentlichen Kompetenzen findet man im Abschnitt 6 dieses Leitfadens eine prototypische Reifeprüfung, welche auch für eine Überprüfung der grundlegenden Kompetenzen geeignet ist.

2. Das Kompetenzmodell

Der Gesetzgeber sieht in der BRP-Curricularverordnung für Mathematik und Angewandte Mathematik[3] folgende Handlungs- und Inhaltsbereiche vor:

			INHALTSBEREICHE				
			Zahlen & Maße	Algebra & Geometrie	funktionale Zusammenhänge	Analysis	Stochastik
			1	2	3	4	5
HANDLUNGSBEREICHE	MODELLIEREN & TRANSFERIREN	A					
	OPERIEREN	B					
	INTERPRETIEREN UND DOKUMENTIEREN	C					
	ARGUMENTIEREN & KOMMUNIZIEREN	D					



Die Schnittfläche eines Handlungs- und Inhaltsbereiches wird als Deskriptor bezeichnet. Er ist eine Aussage, die beschreibt, was ein/e Kandidat/in zur Problemlösung der gestellten Aufgabe können muss.

C3 bedeutet beispielsweise:

„Der/Die Kandidat/in kann funktionale Zusammenhänge interpretieren und dokumentieren.“

3 Berufsreifeprüfungscurricularverordnung, BGBl.II Nr.40/2010, siehe: www.bmukk.gv.at/schulen/recht/erk/brpcv.xml (1. März 2013)

3. Richtlinien für die schriftliche Klausur aus Mathematik und angewandter Mathematik

3.1 Allgemeine Bemerkungen

Der Leitfaden legt Richtlinien zur Erstellung von Klausuren bis zur Einführung der zentralen Reifeprüfung im Jahr 2016 fest.

Bei der Erstellung war ein Grundpfeiler das kompetenzbasierte Curriculum für die Berufsreifeprüfung (Gültigkeit ab 1.9.2010), der andere das Bestreben, den Übergang hin zur standardisierten Reife- und Diplomprüfung unter Beachtung der jetzt geltenden gesetzlichen Bestimmungen (Leistungsbeurteilungsverordnung, LBVO) umsetzbar zu gestalten und schon jetzt feststehende Rahmenbedingungen zu berücksichtigen.

Dies bedeutet, dass neben den Inhaltsbereichen nun auch jeder Handlungsbereich bei der Erstellung der Aufgaben berücksichtigt werden muss und bei den Anwendungsaufgaben auf die vielen verschiedenen Berufsfelder der Teilnehmer/innen besonderes Augenmerk gerichtet werden soll. Es steht bereits fest, dass die standardisierte Reife- und Diplomprüfung für die Berufsreifeprüfung ausschließlich aus sog. A-Aufgaben bestehen wird.

Es findet das Bundesgesetz über die Berufsreifeprüfung (§3 (1)) Anwendung.

3.2 Dauer

4 Stunden.

3.3 Kriterien zur Aufgabenerstellung

Die Berücksichtigung des Curriculums für die Berufsreifeprüfung, der LBVO und der VO über abschließende Prüfungen bedingen, dass die wesentlichen Kompetenzen, im Leitfaden als Grundkompetenzen bezeichnet, festgeschrieben werden.

A-AUFGABEN prüfen die Grundkompetenzen (siehe Seite 33ff) aus dem gemeinsamen Kern aller berufsbildenden höheren Schulen ab.

- » Es sind kontextbezogene Aufgaben (Tasks).
- » Ein Task hat mindestens 3 und höchstens 4 Items (= Teilaufgaben).
- » Parameter, Fachausdrücke, Symbole etc. werden erklärt und ggf. mit den entsprechenden Einheiten angegeben.
- » Items sind streng unabhängig:
  - › Es darf kein Ergebnis aus einer anderen Teilaufgabe übernommen werden.
  - › In der allgemeinen Angabe dürfen nur Informationen vorkommen, die für alle Items relevant sind.
- » Möglichst viele Ausprägungen der Handlungsdimension (HD) sind in einem Task unterzubringen:
  - › Jede Ausprägung der HD kommt höchstens zwei Mal vor.
  - › Punktemäßig darf eine Ausprägung einer HD nicht mehr als 50 % pro Task ausmachen
- » Es sind keine schwierigen Modellbildungen zu verwenden.
- » Es sind keine überflüssigen Informationen anzugeben:
  - › Texte sind kurz und einfach zu halten.
  - › Es sollen keine Angaben (Zahlen), die nicht benötigt werden, aufscheinen.
- » Arbeitsaufträge sind nicht als Fragen, sondern als klare Handlungsaufforderungen zu formulieren.
- » Arbeitsaufträge (Handlungsanweisungen) sind weitgehend mit SIGNALWÖRTERN[4] zu formulieren.
- » Arbeitsaufträge sollen nicht mit „und" verbunden werden, sondern jeweils übersichtlich in eigenen Zeilen angegeben und mit Bulletpoints versehen werden.
- » Durch den Einsatz unterschiedlicher Technologien dürfen keine unverhältnismäßig großen Vorteile entstehen (Vergleich CAS-Rechner zu Grafikrechner).
- » Bei der Handlungskompetenz Operieren/Technologieeinsatz darf kein bestimmter Rechenweg eingefordert werden.

Es werden 7 bis 11 A-Aufgaben mit insgesamt 27 bis 33 Items gestellt.

Unter Punkt 6 finden Sie eine prototypische Reifeprüfung, die Lösungserwartung, den Lösungsschlüssel, eine Aufteilung der Inhalte und Handlungen und die Angabe der *cut scores* (Mindestpunktezahl für eine Beurteilungsstufe) für die Beurteilung.

Zudem finden Sie eine Aufgabensammlung für die schriftliche Diplom- und Klausurprüfung in Mathematik und Angewandter Mathematik auf der Homepage des bifie.

4 siehe: www.bifie.at/node/1934 (1. März 2013)

Links:

http://aufgabenpool.bifie.at/bhs/index.php?action=14 (1. März 2013)

http://www.bildungsstandards.berufsbildendeschulen.at (1. März 2013)

3.4 Hilfsmittel

Basis aller Aufgabenstellungen ist das kompetenzbasierte Curriculum Mathematik der Berufsreifeprüfungscurricularverordnung.

Die Verwendung einer approbierten Formelsammlung und eines zumindest grafikfähigen Taschenrechners sind als Hilfsmittel notwendig. Folgende TR-Funktionalitäten werden vorausgesetzt:

- Darstellung von Funktionsgraphen
- Möglichkeiten des numerischen Lösens von Gleichungen und Gleichungssystemen
- Numerisches Integrieren
- Mindestens Funktionen für statistische Kenngrößen, Binomial- und Normalverteilung

3.5 Beurteilungskriterien

Zur Beurteilung der im Rahmen der schriftlichen standardisierten Reife- und Diplomprüfung in Angewandter Mathematik erbrachten Leistungen wurde auf Grundlage der geltenden Leistungsbeurteilungsverordnung (LBVO) ein neues Bewertungsmodell entwickelt.

3.6 Beurteilung der SRDP und BRP in Mathematik und Angewandter Mathematik

Durch die standardisierte Reife- und Diplomprüfung soll eine einheitliche, faire und vergleichbare Beurteilung für alle Kandidat/inn/en erfolgen.

Grundziele der Beurteilung:

» LBVO[5]-Konformität

» einheitliche Beurteilungskriterien

» Objektivität und Vergleichbarkeit

Die einheitliche Beurteilung wird durch den folgenden Raster (verbale Beurteilung der einzelnen Ausprägungen der Handlungsdimension), wie sie der LBVO entspricht, sichergestellt. Die Beurteilung folgt somit den Ausprägungen der Handlungsdimension, wie sie im Kompetenzmodell dargestellt wird. Die einzige Ausnahme zum Kompetenzmodell findet sich in der Beurteilung durch die Zusammenfassung von „Interpretieren/Dokumentieren" und „Argumentieren/Kommunizieren" zu einer Ausprägung, die „Reflektieren" (R) genannt wird.

3.6.1 Aufgabenstellung und Punktevergabe

Mögliche Strukturen einer Aufgabenstellung (Task und Items):

Jede Aufgabenstellung besteht aus einem kontextbezogenen Einleitungstext, der eine realitätsbezogene Situation (Kontext) beschreibt und darauf bezugnehmenden Teilaufgaben (Items).

Jede Teilaufgabe (Item) wird mit einem Punkt bzw. zwei Punkten, bezogen auf die Handlungskompetenz, versehen. In den Teilaufgaben (Items) werden die Arbeitsaufträge mit Signalwörtern[6] gestellt.

Zum Beispiel:

Teilaufgabe		Handlungskompetenz
a	**Erstellen** Sie ein geeignetes Modell für ……	Modellieren → 1 Punkt A
b	**Berechnen** Sie den Wert für …..	Operieren → 1 Punkt B
c	**Erklären** Sie den Zusammenhang von …..	Argumentieren → 1 Punkt R

5 BGBl. Nr. 371/1974

6 siehe: www.bifie.at/node/1934 (1. März 2013)

3.6.2 Bewertungsraster

Die Gesamtbeurteilung der SRDP und BRP hat nach folgendem Bewertungsraster zu erfolgen.

Bewertung / Kompetenzbereiche		Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen überwiegend erfüllt	Anforderungen werden in den wesentlichen Bereichen zur Gänze erfüllt	Anforderungen werden in über das Wesentliche hinausgehendem Ausmaß erfüllt	Anforderungen werden in weit über das Wesentliche hinausgehendem Ausmaß erfüllt
Modellieren & Transferieren		Basismodelle im allgemeinen bzw. schulformspezifischen Kontext erstellen (im Sinne der Grundkompetenzen)	grundlegende Modelle aus dem allgemeinen bzw. schulformspezifischen Kontext bilden	über das Grundlegende hinausgehende Modelle aus dem allgemeinen bzw. schulformspezifischen Kontext bilden	Modelle im Bereich komplexer Problemstellungen und Sachzusammenhänge erstellen
Modellieren & Transferieren		Basiszusammenhänge aus dem Alltag in einfachster Form in die Mathematik transferieren und umgekehrt	grundlegende Zusammenhänge in mathematische Beschreibung transferieren	mathematische Zusammenhänge in berufsspezifische Bereiche übertragen und umgekehrt	komplexe mathematische Zusammenhänge in berufsfeldspezifische Bereiche übertragen und umgekehrt
Operieren & Technologieeinsatz		Rechen- und Konstruktionsabläufe auf Basis grundlegenden Operierens korrekt durchführen	auf Basis eines zugrunde liegenden tieferen Verstehens über die grundlegende Rechenkompetenz hinausgehend operieren	über die grundlegende Rechenkompetenz hinausgehend unter Nachweis eines kompetenten Technologieeinsatzes anspruchsvoll operieren	in komplexen bzw. anspruchsvollen Situationen, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, operieren
Operieren & Technologieeinsatz		grundlegende Technologiekompetenz nachweisen	operative Tätigkeiten zur Lösung grundlegender Problemstellungen an die jeweils verfügbare Technologie (im Mindestausmaß) auslagern und die Technologie adäquat einsetzen		über eine tiefgehende Werkzeugkompetenz verfügen und diese nachweisen
Reflektieren	**Interpretieren & Dokumentieren**	aus Informationen oder mathematischen Darstellungen grundlegende Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte im Mindestmaß interpretieren	vorgegebene mathematische Zusammenhänge und Ergebnisse in allgemeinen und schulformspezifischen Kontexten interpretieren	mathematische Zusammenhänge in Fachsprache interpretieren	komplexe mathematische Zusammenhänge, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, interpretieren
Reflektieren	**Interpretieren & Dokumentieren**	Lösungswege und Ergebnisse in grundlegender Form darstellen	Lösungsstrategien verständlich und nachvollziehbar darstellen	Lösungsstrategien in Fachsprache nachvollziehbar darstellen	komplexe Lösungsstrategien, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt, dokumentieren
Reflektieren	**Argumentieren & Kommunizieren***	grundlegende mathematische Sachverhalte erklären	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen begründen	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen unter Verwendung mathematischer Fachsprache begründen und erklären	mathematische Sachverhalte und Entscheidungen mit mathematischer Fachsprache unter Berücksichtigung unterschiedlicher Aspekte argumentieren, begründen und erklären

* verbales Kommunizieren nicht schriftlich überprüfbar

3.6.3 Beurteilung der SRDP

Für jeden Prüfungstermin werden Punktegrenzen für die Summe der drei Ausprägungen der Handlungsdimension („CUT SCORES") festgesetzt, die dem verbalen Bewertungsraster entsprechen.

Da eine kompetenzorientierte, standardisierte Reife- und Diplomprüfung in Mathematik und Angewandter Mathematik nicht immer gleich viele Teilaufgaben (Items) mit gleichen Schwierigkeitsanforderungen aufweisen kann, verändert sich auch der „cut score" immer wieder.

Dieser „cut score" wird ab 2016 von einer Expert/inn/engruppe (Stakeholder – bm:ukk, LSR, Direktorinnen und Direktoren, Abteilungsvorstände, ARGE Leiter/innen, Lehrer/innen) im sogenannten „Standardsetting" am BIFIE festgelegt. Dabei werden die jeweiligen Schwierigkeitsgrade der Aufgabenstellungen (Items) mit Hilfe eines „Kompetenzstufenmodells"[7] festgestellt. Zusätzlich werden noch die psychometrischen Kennwerte aus den Feldtestungen herangezogen. Diese so gesammelten Daten dienen somit zum Berechnen des „cut scores".

Damit wird sichergestellt, dass die SRDP in Angewandter Mathematik zu unterschiedlichen Terminen immer ausgewogen auf gleichem Niveau erfolgt – dies dient der Fairness gegenüber den Kandidatinnen und Kandidaten. Das bedeutet aber, dass der „cut score" von SRDP Termin zu SRDP Termin verschieden sein kann.

Diesen „cut score" samt allen Notenabstufungen bekommt die Prüferin bzw. der Prüfer zusätzlich zum Beurteilungsschlüssel (Lösung und Bepunktung der jeweiligen Teilaufgaben) mitgeliefert.

Zur Vereinfachung stellt das BIFIE ab 2016 einen sogenannten SRDP Rechner für Angewandte Mathematik zur Verfügung. In diesem sind die zu erreichenden Punkte bereits eingetragen und die / der Prüfer/in muss nur mehr die erreichten Punkte der Kandidatinnen und Kandidaten eingeben. Der SRDP Rechner gibt in einer Grafik das Ergebnis aus, berechnet die Note und schreibt die verbale Beurteilung nach dem Beurteilungsraster dazu. Dieses Ergebnisblatt lässt sich ausdrucken und kann als Beurteilungsprotokoll der SRDP beigelegt werden.

So könnte dieses Beurteilungsblatt aussehen:

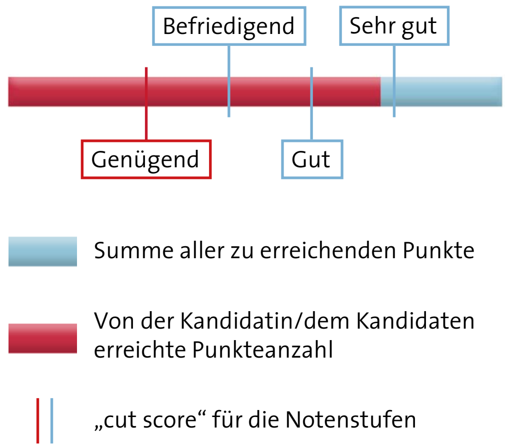
7 Kompetenzstufenraster: Dieser beschreibt die angesprochenen Kompetenzen detailliert für vier Kompetenzstufen (1 bis 4) je nach Komplexität in den jeweiligen Ausprägungen der Handlungsdimension (A, B und R).

Name:

Klasse / Jahrgang:

NOTENRECHNER:

TEIL A			A		B		C		D
Task 1	a	1	1	1	0	0	0	0	0
	b	0	0	1	1	1	1	0	0
	c	1	1	0	0	0	0	1	0
	d	0	0	0	0	1	1	1	1
Task 2	a	0	0	1	1	1	1	0	0
	b	1	1	0	0	1	1	0	0
	c	0	0	1	1	0	0	1	1
	d	1	1	0	0	0	0	1	0
Task 3	a	0	0	1	1	1	1	0	0
	b	1	1	0	0	0	0	1	0
	c	0	0	0	0	1	1	1	0
	d	1	1	1	1	0	0	0	0
Task 4	a	1	1	0	0	1	1	0	0
	b	1	1	1	1	0	0	0	0



Note: GUT

» über das Grundlegende hinausgehende Modelle aus dem allgemeinen beziehungsweise schulformspezifischen Kontext bilden

» mathematische Zusammenhänge in berufsspezifische Bereiche übertragen und umgekehrt

» in komplexen beziehungsweise anspruchsvollen Situationen, auf den jeweiligen Cluster abgestimmt operieren

» über eine tiefgehende Werkzeugkompetenz verfügen und diese nachweisen

» mathematische Zusammenhänge in Fachsprache interpretieren

» Lösungsstrategien in Fachsprache nachvollziehbar darstellen

» mathematische Sachverhalte und Entscheidungen unter Verwendung mathematischer Fachsprache begründen und erklären.

PrüferIn:

Datum:

Unterschrift:

3.6.4 Beurteilung der BRP bis 2016

In der *Übergangsphase bis 2016* (Mai 2016 erster SRDP Termin in Mathematik und Angewandter Mathematik für die BRP und Lehre mit Matura) *wird dieser „cut score" noch nicht vom BIFIE festgelegt*, sondern noch von der / dem jeweiligen Prüfer/in nach Maßgabe der geltenden LBVO unter Einbeziehung des jeweiligen LSR (bzw. des SSR). Dabei ist zu beachten, dass im Sinne der LBVO keine Prozentsätze zur Anwendung kommen dürfen.

Dieser „cut score" wird für

- „in den wesentlichen Bereichen überwiegend erfüllt"
- „in den wesentlichen Bereichen zur Gänze erfüllt"

von der jeweiligen Prüferin/ vom jeweiligen Prüfer festgelegt.

Dabei ist auf die *verschiedenen Schwierigkeitsgrade Rücksicht zu nehmen*.

Die Basis für die Beurteilung der SRDP in AM bildet das Bepunktungssystem nach den Ausprägungen der Handlungsdimension.

Jedem vergebenen Punkt in einem Item (Unteraufgabe) wird im Lösungsschlüssel eine Ausprägung der Handlungsdimension (Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz, Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) zugewiesen.

Abhängig von den nachzuweisenden Handlungskompetenzen können für Items 1, 2 oder 3 (nur in Ausnahmefällen) Punkte vergeben werden.

In der Zusammenstellung der Aufgaben in den einzelnen Klausurheften wird der Kompetenzorientierung Rechnung getragen.

Oberste Prämisse ist es eine Ausgeglichenheit der vergebenen Punkte in den Ausprägungen der Handlungsdimension Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) zu erlangen.

3.6.5 Festlegung des Notenschlüssels für ein Klausurheft

Definition der „wesentlichen Bereiche":

Die „wesentlichen Bereiche" werden für jedes Klausurheft in jeder Ausprägung einer für die Beurteilung relevanten Handlungsdimension (A, B, R), je nach Höhe der Kompetenzstufe (Schwierigkeitsgrad), separat festgelegt. Die Punktegrenze für den „wesentlichen Bereich" wird als „cut-score" bezeichnet. Da in der Übergangsphase *2013–2016 noch die Prüferin bzw. der Prüfer für die Festlegung des „cut scores" zuständig ist*, das eigentliche „Standardsetting" findet erst für den SRDP Termin Sommer 2016 statt, obliegt es ihnen diesen „cut score" selbst festzulegen. In der beigelegten Modellmatura (siehe Seite 39) findet man eine Empfehlung wie dieser „cut score" festgelegt werden kann.

Notenschlüssel:

Die individuelle Festlegung des "Summen-Cut-Scores“ für jedes Klausurheft, soll eine faire Notenvergleichbarkeit über alle Prüfungsdurchgänge garantieren.

Genügend:

Um ein „Genügend“ zu erhalten, müssen die Anforderungen in den „wesentlichen Bereichen“ überwiegend in den Ausprägungen der Handlungsdimensionen Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) erfüllt werden.

Eine Kompensierbarkeit der erreichten Punkte in den Ausprägungen der Handlungsdimension Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) ist vorgesehen.

Befriedigend:

Um ein „Befriedigend“ zu erhalten, müssen die Anforderungen in den „wesentlichen Bereichen“ zur Gänze in den Ausprägungen der Handlungsdimension Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) erfüllt werden.

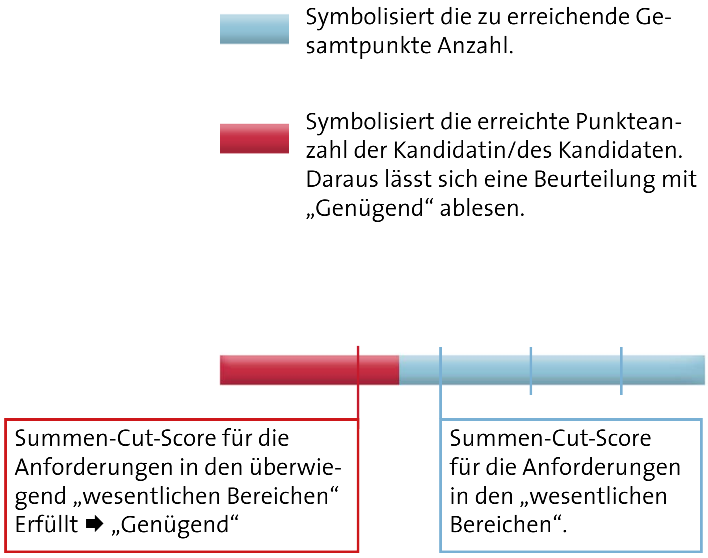
Eine Kompensierbarkeit der erreichten Punkte in den Ausprägungen der Handlungsdimension Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren) ist vorgesehen.

Gut und Sehr gut

Die Festlegung des „Summen-Cut-Scores“ für die Noten „Gut“ und „Sehr gut“ erfolgt je nach Kompetenzstufenverteilung der Punkte die über die „wesentlichen Bereiche“ hinausgehen.

Um den „Summen-Cut-Score“ für diese beiden Notenstufen zu erreichen, gilt wiederum die Kompensierbarkeit der erreichten Punkte in den Ausprägungen der Handlungsdimension Modellieren/Transferieren, Operieren/Technologieeinsatz und Reflektieren (Interpretieren/Dokumentieren und Argumentieren/Kommunizieren).

Die untenstehende Grafik, zeigt eine exemplarische Darstellung eines „Genügend“:



3.6.6 Vorlage 1: Aufgabenstellung

Im Folgenden finden Sie noch Korrekturhilfen von Teilnehmer/-innenaufgaben und Lösungen samt Kommentaren:

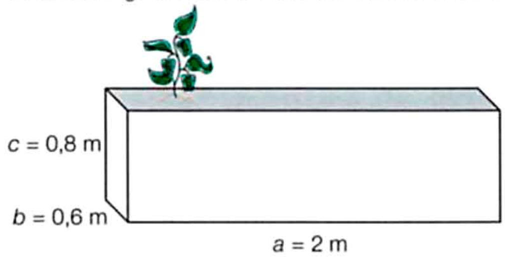
Hochbeet

Aufgabennummer: A_035

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Gärtner möchte ein Hochbeet bauen. Dieses wird bis zu einer Höhe von 40 cm mit Zweigen und Laub gefüllt. Darauf kommt eine 20 cm hohe Schicht aus Gras und Kompost. Der Rest wird mit Gartenerde aufgefüllt.

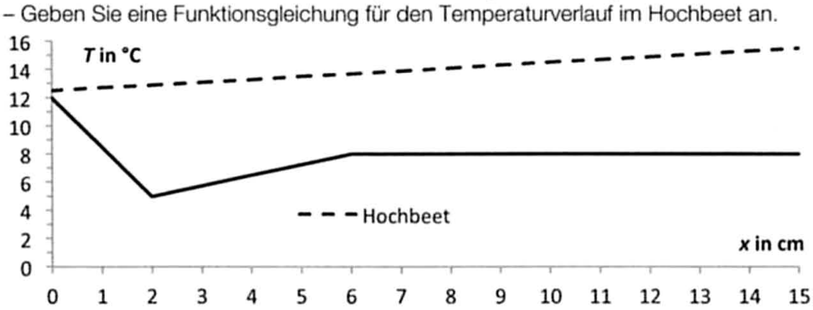
a) Der Gärtner legt das Beet in Form eines Quaders mit den Maßen laut der nachstehenden Skizze an.



– Berechnen Sie die Menge an Gartenerde in Litern (L), die benötigt wird, um das quaderförmige Beet bis zum Rand aufzufüllen.

b) Der Gärtner überlegt, als Beet entweder einen Würfel oder einen gleich hohen aufrecht stehenden Drehzylinder zu verwenden. Die Bepflanzungsfläche und die Höhe der Schichten sollen bei beiden gleich groß sein.
– Argumentieren Sie, warum der Verbrauch an Gartenerde beim zylinderförmigen Beet genau derselbe wie beim würfelförmigen ist.
– Geben Sie eine Formel an, mit der der Radius r des Drehzylinders aus der Kantenlänge a des Würfels berechnet werden kann.

c) Die untenstehende Grafik zeigt den unterschiedlichen Temperaturverlauf im Hochbeet und im Erdboden in Abhängigkeit von der Messtiefe.
– Interpretieren Sie den Temperaturverlauf im Erdboden, indem Sie aus der Grafik diejenigen Bereiche ablesen, bei denen die Temperatur steigt, fällt bzw. gleich bleibt.
– Geben Sie eine Funktionsgleichung für den Temperaturverlauf im Hochbeet an.



x … Messtiefe in cm
T … Temperatur in °C in einer Messtiefe von x cm

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

3.6.7 Teilnehmer/innenlösung zur Vorlage 1

03S

a) ~~$V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}9$~~

$c = 0{,}4 - 0{,}2 = \underline{0{,}2\,m}$ ✓ 1×B

$V = a \cdot b \cdot c = 2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}24\,m^2 = \underline{240\,l}$ ✓

1× A

b) $A(\square) = A(\bigcirc)$

$\pi \cdot r^2 = a^2$

$\underline{r = \sqrt{\frac{a^2}{\pi}}}$ ✓

1× A

Dadurch das die Fläche der beiden Formen dieselbe ist, und beide gleich hoch sind, muss das Volumen auch gleich sein. Daher steigt der Verbrauch nicht. ✓

1× D

c) Da der Erdboden eine konstante Feuchtigkeit besitzt fällt die Temperatur in den ersten Zentimetern, danach stabilisiert sie sich zuletzt und bleibt am Ende vollkommen konstant. Das Hochbeet wird aufgeheizt, ist aber nicht durch niedrige ~~Fcut~~ Feuchtigkeit gekühlt. ⇒ Kein Ablesen aus Grafik 0×C

$12{,}5^\circ - 15{,}5^\circ$

$0 - 15\,cm$

$\frac{2^\circ}{15cm}$

$f(x) = \frac{3T}{15} + 13 = \frac{3}{15} \cdot T + 13 -$

⇒ T ist nicht die Veränderliche
Funktionsbegriff nicht verstanden.

0×A

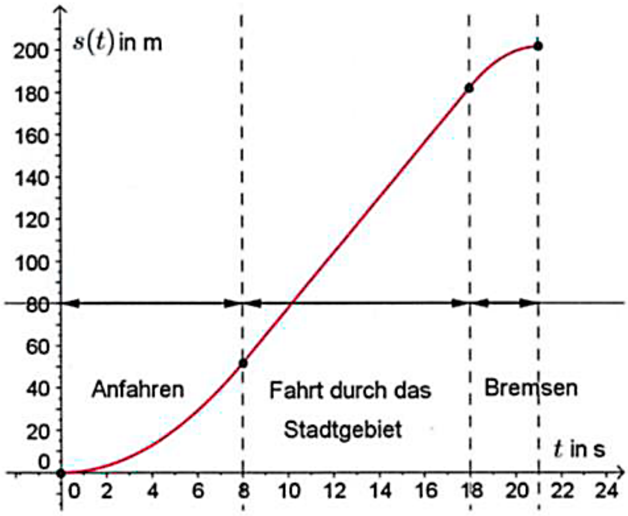
3.6.8 Vorlage 2: Aufgabenstellung

Stadtverkehr

Aufgabennummer: A_034

Technologieeinsatz: möglich ☒ erforderlich ☐

Ein Auto im Stadtverkehr steht bei einer roten Ampel, fährt bei Grün an und muss bei der darauffolgenden Ampel wieder abbremsen. Die nachstehende Grafik stellt einen solchen Vorgang dar.



t … Zeit in Sekunden (s)
$s(t)$ … zurückgelegter Weg in Metern (m) zum Zeitpunkt t

a) Lesen Sie aus der Grafik für das 3. dargestellte Zeitintervall den Bremsweg ab.

b) Bestimmen Sie aus dem Graphen die durchschnittliche Geschwindigkeit des Autos im 2. Zeitintervall.

c) Für die nächsten beiden Ampeln ist die Fahrt des Autos durch die folgenden Gleichungen, die nicht zur gegebenen Grafik passen, gegeben:

1. Anfahren: $s_1(t) = \frac{7}{5} \cdot t^2$; $0\text{ s} \leq t \leq 5\text{ s}$
2. Fahrt im Stadtgebiet: $s_2(t) = 14t - 35$; $5\text{ s} < t \leq 14\text{ s}$
3. Abbremsen zum Stillstand: $s_3(t) = \frac{-7}{4} \cdot t^2 + 63t - 378$; $14\text{ s} < t \leq 18\text{ s}$

t … Zeit in Sekunden (s)
$s(t)$ …zurückgelegter Weg in Metern (m) zum Zeitpunkt t

Berechnen Sie die Fahrtstrecke zwischen den beiden Ampeln.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.

3.6.9 Teilnehmer/innenlösung der Vorlage 2

A 034

a.) 1.Bereich: Anfahren: der Fahrer beschleunigt auf gewünschtes Tempo. => 50 m in 8 s

2. Bereich: Stadtgebiet: der Fahrer hat gewünschtes Tempo und fährt konstant weiter bis 16 s.
=> 130 m in 10 s

3. Bereich: Bremsen: Fahrer bremst bis Stillstand => 20 m in 3 s ✓ 1xC

b.) Anstieg: $k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-60}{-4} = 15\,m/s = \cancel{54\,km/h}$

In diesem Intervall fährt das Auto konstant mit 54 km/h. 0xB

c.) ~~1.: $\frac{7}{5} t^2 = 0m - 35m$~~ falscher Ansatz

~~2.: $14t = 35 = 235m - 126m$~~

~~3.: $\frac{27}{4} t^2 = 637 = 378 = 126m - 154m$~~

1.: 0 bis 35 m ✓
2.: 35 bis 126 m ✓
3.: 126 bis 28 m ✓ 1xB

Ampelentfernung: 189 m ✓ 1xB

3.6.10 Vorlage 3: Aufgabenstellung

Wasserkanal

Aufgabennummer: A_032

Technologieeinsatz: möglich ☐ erforderlich ☒

Die Querschnittsfläche eines Kanals ist unten von einer Randkurve begrenzt, die mit der Funktion f beschrieben werden kann, wobei der Wasserspiegel genau entlang der x-Achse verläuft (Abb. 1).

$$f(x) = 0{,}015 \cdot x^4 - 3$$

x … horizontale Koordinate in Metern (m)
$f(x)$ … vertikale Koordinate eines Punktes auf der Randkurve an der Stelle x in Metern (m)

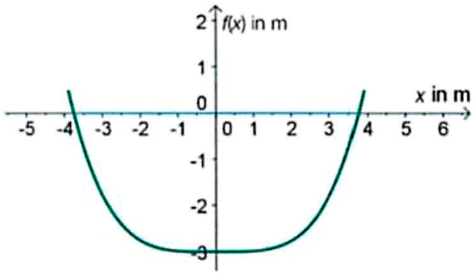


Abb. 1

a) Das Wasser fließt mit einer Geschwindigkeit von 1,2 Metern pro Sekunde (m/s) durch den Kanal.
– Berechnen Sie, wie viele Kubikmeter Wasser pro Sekunde durch den Kanalquerschnitt fließen.

b) – Erklären Sie, wie man mithilfe der Differenzialrechnung den Winkel der Seitenwände bestimmen kann, den sie jeweils mit der x-Achse einschließen.

c) Die Kanalhöhe wird durch Verlängerung der Randkurve bis zu einer Höhe von 2 m über dem Wasserspiegel vergrößert (Abb. 2).

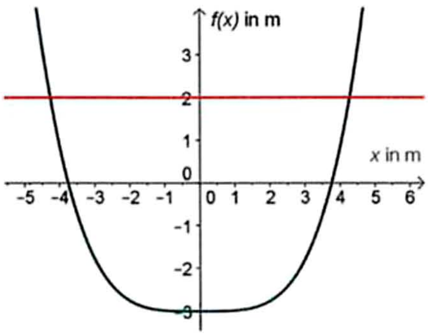


Abb. 2

– Finden Sie eine geometrische Figur, die die zusätzliche Querschnittsfläche näherungsweise beschreibt.
– Berechnen Sie den Flächeninhalt dieser Figur.

Hinweis zur Aufgabe:
Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

Mittlerweile werden im Grundkompetenzkatalog nur mehr Polynomfunktionen mit einem Grad kleiner 3 behandelt.

3.6.11 Teilnehmer/innenlösung der Vorlage 3

A032 a)

$f(x) = 0{,}015x^4 - 3$ $\qquad 0 = 0{,}015x^4 - 3$

$x_1 = 3{,}76$

$x_2 = -3{,}76$

$A = \int_{-3{,}76}^{3{,}76} 0{,}015x^4 - 3\,dx = -18{,}05\,m^2$ $\qquad$ 1x B

$18{,}05\,m^2 \cdot 1{,}2\frac{m}{s} = 21{,}66\,\frac{m^3}{s}$

Es fließen $21{,}66\,\frac{m^3}{s}$ Wasser durch den Kanal

1x B

b) 1. Abl = steigung tangente ~~Abl~~ in einem Punkt

→ k $\qquad$ 1xD

0-Stellen für x einsetzen

→ $\alpha = \operatorname{atan}(k)$ $\qquad$ 1xD

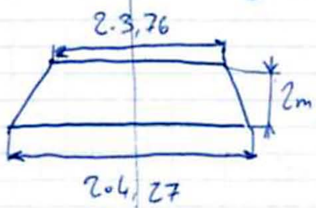
c)

→ Trapez

$2 = 0{,}015x^4 - 3$ $\qquad x_1 = 4{,}27$

$h = 2m$ $\qquad x_2 = -4{,}27$

~~$\int_{-4{,}27}^{4{,}27} 0{,}015x^4 - 3\,dx$~~



1x A

$A = \frac{(a+c)\cdot h}{2} = \frac{(2\cdot 3{,}76 + 2\cdot 4{,}27)\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = \underline{\underline{16{,}06\,m^2}}$ $\qquad$ 1x B

Die Vergrößerung beträgt $16{,}06\,m^2$

4. Handlungsbereiche und charakteristische Tätigkeiten[7]

In Anlehnung an das kompetenzbasierte Curriculum Mathematik werden nun die einzelnen Handlungen beschrieben und durch beispielhaft angeführte charakteristische Tätigkeiten illustriert und konkretisiert.

4.1 Modellieren, Transferieren

Ein Modell ist immer ein Abbild, eine Repräsentation natürlicher oder künstlicher Originale. Ein Modell erfasst nicht alle Attribute des Originals, sondern nur diejenigen, die dem / der Modellbenutzer/in als relevant erscheinen.[8]

Das Modell bedeutet folglich eine Reduzierung der realen Komplexität auf geeignete Parameter, die alle wesentlichen Einflussgrößen gebührend beschreiben. Entsprechend ist bei der Interpretation der im Modell gefundenen Resultate und Schlussfolgerungen Bedacht zu nehmen, dass keine Konzeption alle Dimensionen des realen Problems beachten kann.

Eindrucksvoll beschreiben Blum und Leiß (2006) die Übertragung der Realsituation in die Mathematik sowie die anschließende Bewertung der Ergebnisse an der Realität in ihrem Modellierungskreislauf:

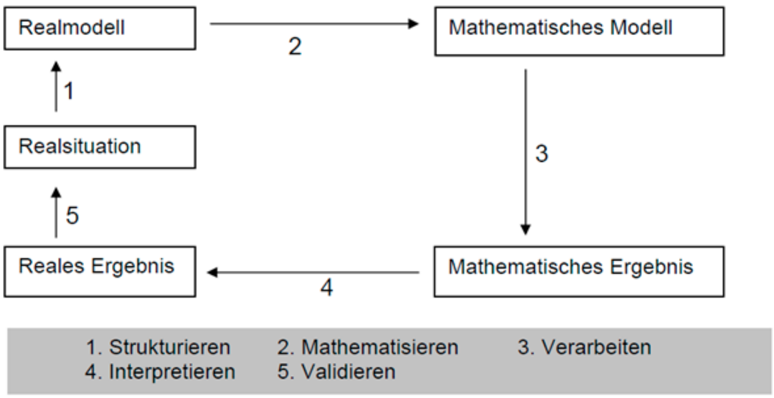


Abb.: Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß (vereinfacht)[9]

7 Institut für Didaktik der Mathematik, (2009), In Anlehnung an das Projekt „Standardisierte schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik" – *Sicherung von mathematischen Grundkompetenzen*, Version 9/09, Universität Klagenfurt, www.uni-klu.ac.at/idm/inhalt/495.htm (28. Feber 2013)

8 Nach Stachowiak, Herbert (1973): *Allgemeine Modelltheorie*. Springer-Verlag: Wien

9 Seiter, Julian (2011): *Lernumgebung zur Big Idea „Modellieren"*. In: *Big Ideas im Zentrum des Mathematikunterrichts* (Kuntze, Dreher Hrsg.), Verlag PH Ludwigsburg: Ludwigsburg, S. 149

MODELLIEREN meint also das Übertragen von Realsituationen in Gleichungen, Funktionen und Darstellungen wie Diagramme oder Tabellen. Die im mathematischen Modell gewonnene Lösung wird auf Tauglichkeit für die jeweilige Situation überprüft und gegebenenfalls angepasst. Nötigenfalls ist das gewählte Modell zu adaptieren. Die Kandidatinnen und Kandidaten erfahren, dass mathematisch einwandfreie Darstellungen und im Modell gültige Lösungen in der Wirklichkeit unter Umständen nur begrenzte Bedeutung, eingeschränkte Brauchbarkeit oder gar keine Verwendung besitzen.

TRANSFERIEREN setzt die Kenntnis über mathematische Modelle, das Wissen über Anwendungsmöglichkeiten und die Fähigkeit ihrer Bewertung voraus, damit ein geeignetes mathematisches Modell ausgewählt, gegebenenfalls modifiziert und angewandt werden kann.

CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN sind z. B.:

» Problemrelevante mathematische Zusammenhänge erkennen und mathematisch darstellen

» Alltagssprachliche-, bzw. berufsspezifische Formulierungen in die Sprache-, bzw. in Darstellungen der Mathematik übersetzen

» Einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (Tabelle, Graph, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; Wechsel zwischen Darstellungsformen

» Skizzen anfertigen

» Geeignete mathematische Mittel wie Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien und Lösungswege auswählen

» Aufbauend auf bekannten, mitunter auch elektronisch verfügbaren, mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln

PASSENDE SIGNALWÖRTER

Handlungsanweisung	Handlungskompetenz	Beschreibung	Beispiel
modellieren/ Modell bilden	A Modellieren	» zu einem anwendungsbezogenen Problem ein Modell in Form einer Gleichung, einer Funktion oder einer Grafik finden » eine Formel oder Gleichung entwickeln	» *Modellieren* Sie ein Verfahren, mit dem man ... » *Bilden* Sie ein lineares *Modell* ...
aufstellen	A Modellieren	» mathematische Darstellungen (z. B. eine Gleichung) finden und für das Problem adaptieren » einen Sachverhalt als Gleichung oder Gleichungssystem formulieren	» *Stellen* Sie eine Funktionsgleichung *auf*, die ... beschreibt. » *Stellen* Sie eine Gleichung *auf*, die diesen Sachverhalt beschreibt. » *Stellen* Sie ein lineares Gleichungssystem *auf*, das ...

erstellen	A Modellieren	» einen Sachverhalt in ein grafisches oder tabellarisches Modell übersetzen	» *Erstellen* Sie eine Tabelle, die ... » Erstellen Sie ein Balkendiagramm, das ...
übersetzen/ übertragen	A Transferieren	» alltagssprachliche bzw. berufsspezifische Formulierungen in die Sprache der Mathematik übersetzen/übertragen	» *Übertragen* Sie den folgenden Text in eine passende Grafik. » *Übersetzen* Sie ... in einen mathematischen Ausdruck.
veranschaulichen	A Transferieren	» Veranschaulichen eines Sachverhalts durch ein passendes mathematisches Modell	» *Veranschaulichen* Sie durch eine Skizze / Zeichnung / Grafik / ein Diagramm ...

4.2 Operieren und Technologieeinsatz

Operieren stellt gleichsam das fachgemäße Vorgehen dar, im Modell nach vorgegebenen Regeln aus dem Rohmaterial ein einwandfreies Endprodukt eines Bildes des realen Problems zu gestalten.

Operieren bedeutet das numerische bzw. algebraische Ermitteln der Lösung im gewählten mathematischen Modell. Dabei ist auf eine Notation zu achten, die unmissverständlich den Weg zum Ziel beschreibt.

Diese Handlung steht nicht im Mittelpunkt geforderter Kompetenzen.

Technologieeinsatz: Es muss ein Taschenrechner mit den in 3.4. beschriebenen Mindestanforderungen zur Verfügung stehen, bzw. es ist auch der Einsatz von Geometriesoftware oder Tabellenkalkulationsprogrammen, so weit möglich, zur Verfügung zu stellen, um langwierige Rechenoperationen, die keinen Erkenntnisgewinn bringen, zu vermeiden.

Eine gute Übersicht über die Fülle von Einsatzmöglichkeiten neuer Technologien im Mathematikunterricht (bis einschließlich 2016) erhalten interessierte Lehrer/innen auf der Homepage des Austrian Center for Didactics of Computer Algebra[10] – sowie über den Einsatz der Software GeoGebra auf der Hompage des Österreichischen GeoGebra Instituts[11].

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- Sich für eine mathematische Vorgangsweise entscheiden und die Lösungsabläufe planen
- Rechenoperationen (Grundrechenarten, Potenzieren, Radizieren, Logarithmieren) in den Zahlenmengen $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{R}$ durchführen
- Maßeinheiten umrechnen

10 siehe: www.acdca.ac.at/german/ (10. März 2013)

11 siehe: www.geogebra.org/institutes/at/ (10. März 2013)

- » In Terme, Gleichungen/Formeln und Funktionsgleichungen Zahlen einsetzen, Werte berechnen
- » Umformen von Termen, Gleichungen/Formeln, Ungleichungen
- » Gleichungen, Ungleichungen, Gleichungssysteme lösen
- » Bestimmte Integrale berechnen
- » Statistische Kennzahlen ermitteln
- » Wahrscheinlichkeiten aus gegebenen Wahrscheinlichkeiten berechnen

Passende Signalwörter

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
berechnen	B Operieren	» numerische Werte von einem Ansatz ausgehend u. U. auch mit Technologieeinsatz gewinnen bzw. algebraische Symbole durch Umformen mit gezielten Rechenschritten ermitteln	» *Berechnen* Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses … » *Berechnen* Sie den Flächeninhalt … » *Berechnen* Sie aus der Formel … die Abhängigkeit der Größe … von der Größe …
lösen	B Operieren	» numerische Werte von einer Gleichung / einem Ansatz ausgehend gewinnen	» *Lösen* Sie die Differenzialgleichung …
bestimmen	B Operieren	» Werte (nicht zwingend numerisch) von einem Ansatz ausgehend gewinnen	» *Bestimmen* Sie die Nullstelle …
ermitteln	B Operieren	» numerische oder algebraische Berechnung	» *Ermitteln* Sie das Maximum …
schätzen/ abschätzen	B Operieren	» ungefähre numerische Werte durch Abschätzen und Runden gewinnen	» *Schätzen* Sie ungefähr ab, wie weit …
darstellen / zeichnen / skizzieren	B Operieren	» grafische Darstellung eines Sachverhaltes von einem Ansatz ausgehend	» *Stellen* Sie … grafisch *dar*. » *Zeichnen* Sie den Graphen von …
umformen	B Operieren	» eine Formel nach einer Größe explizit umformen	» *Formen* Sie die Formel nach der Variablen… *um*.

4.3 Interpretieren, Dokumentieren

Interpretieren beschreibt einerseits den Übergang vom Modell zur Wirklichkeit, wobei Ergebnisse mathematischer Überlegungen auf das reale Ausgangsproblem übertragen werden. Es handelt sich dabei um die begründete Bevorzugung von Faziten für die Problemlösung der realen Situation, die sich aus der Anwendung mathematischer Modelle ergeben.

Andererseits beinhaltet Interpretieren auch die Umdeutung von Modell-Resultaten in andere mathematische Sichtweisen. Als einfaches Beispiel könnte der Flächeninhalt eines Trapezes durch die Zusammensetzung von Dreiecken und Rechtecken ermittelt werden.

Eine Dokumentation anzulegen heißt, Informationen für die weitere Verwendung nutzbar zu machen. Das kann sowohl verbal als auch grafisch geschehen.

Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

» Werte aus Tabellen, grafischen Darstellungen ablesen und sie im jeweiligen Kontext deuten

» Tabellarisch, grafisch oder symbolisch gegebene Zusammenhänge beschreiben und im jeweiligen Kontext deuten

» Zusammenhänge und Strukturen in Termen, Gleichungen/Formeln, Ungleichungen erkennen, sie im Kontext deuten

» Mathematische Begriffe oder Sätze im jeweiligen Kontext deuten

» Rechenergebnisse im jeweiligen Kontext deuten

» Geeignete mathematische Darstellungsformen auswählen und verwenden

» Eine mathematische Vorgangsweise, einen Lösungsweg gegliedert und übersichtlich darstellen

» Wissen über einen mathematischen Teilbereich gegliedert und übersichtlich darstellen

Passende Signalwörter

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
interpretieren	C Interpretieren	» mathematisch formale Ergebnisse und Abhängigkeiten auf einen inhaltlichen Bezug rückführen » den Einfluss von Parametern abschätzen und beschreiben	» *Interpretieren* Sie das Ergebnis in Bezug auf ... » *Interpretieren* Sie den Graphen in Bezug auf ... » *Interpretieren* Sie den Unterschied ...
vergleichen	C Interpretieren	» Gemeinsamkeiten/ Unterschiede in Fachsprache beschreiben	» *Vergleichen* Sie die funktionalen Zusammenhänge hinsichtlich ...
ablesen	C Interpretieren	» Punkte, Grenzwerte, Intervalle oder andere Kurveneigenschaften aus einer Grafik ablesen	» *Lesen* Sie den Wert für das Maximum der Funktion aus dem Graphen *ab* ...
beschreiben	C Interpretieren	» Beschreibung eines Vorgangs oder Sachverhaltes	» *Beschreiben* Sie, wie Sie ein Quadrat in zwei rechtwinkelige Dreiecke teilen können.
dokumentieren	C Interpretieren	» den Lösungsweg beschreiben oder protokollieren	» *Dokumentieren* Sie Ihren Lösungsweg.

4.4 Argumentieren, Kommunizieren

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/ Entscheidung sprechen. Es erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/ Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache. Im Gegenzug dazu meint Begründen das Herstellen einer Argumentationskette, die zu ganz bestimmten Schlussfolgerungen führt.

KOMMUNIZIEREN meint, mathematische Schreibweisen und Darstellungsformen als Mittel der Verständigung einzusetzen.

Kommunizieren ist schriftlich nicht testbar.

CHARAKTERISTISCHE TÄTIGKEITEN sind z. B.:

- Mathematische Argumente nennen, die für oder gegen die Verwendung eines mathematischen Begriffs, eines Modells oder einer Darstellungsform, für oder gegen einen bestimmten Lösungsweg bzw. eine bestimmte Lösung, für oder gegen eine bestimmte Interpretation sprechen
- Die Entscheidung für die Verwendung eines bestimmten mathematischen Begriffs, eines Modells, eines Lösungsweges, für eine Darstellungsform, eine bestimmte Lösung oder eine bestimmte Sichtweise / Interpretation argumentativ belegen
- Mathematische Vermutungen formulieren und begründen (auf Grund deduktiven, induktiven oder analogen Schließens)
- Zutreffende und nicht zutreffende mathematische Argumentationen bzw. Begründungen erkennen; erklären, warum eine Argumentation oder Begründung (un-)zutreffend ist
- Mathematische Darstellungen (ikonisch, symbolisch) dem Sachverhalt angemessen und zielgruppenorientiert einsetzen
- Mit Fehlern konstruktiv umgehen

PASSENDE SIGNALWÖRTER

Handlungs-anweisung	Handlungs-kompetenz	Beschreibung	Beispiel
argumentieren	D Argumentieren	» mathematische Denkschritte entwickeln, ausarbeiten und reflektieren » eine Begründung für eine Entscheidung oder einen Sachverhalt angeben	» *Argumentieren* Sie, weshalb die Funktion … bei $x = 0$ ein Extremum hat. » *Argumentieren* Sie, warum „unendlich" keine Zahl ist.
erklären / erläutern	D Argumentieren	» mithilfe mathematischer Fachsprache Vorgangsweisen in einer Berechnung erklären / erläutern	» *Erklären* Sie, wie sich die Größe … ändert, wenn sich die Größe … verdoppelt.
begründen	D Argumentieren	» den Einsatz mathematischer Modelle und Rechenverfahren erläutern und begründen	» *Begründen* Sie, warum Sie sich für die Abbildung … entschieden haben.
zeigen / nachweisen	D Argumentieren	» erwartet eine Begründung	» Zeigen Sie, dass die Funktion keine Extremstellen hat.
prüfen / überprüfen	D Argumentieren	» prüfen,ob eine mathematische Aussage wahr ist » überprüfen, ob eine grafische Darstellung den Sachverhalt beschreibt	» *(Über)prüfen* Sie, ob die folgende Aussage wahr ist: … » *Prüfen* Sie, ob die folgende Grafik den Sachverhalt … beschreibt.
beurteilen	D Argumentieren	» zu einem Sachverhalt Stellung nehmen	» Beurteilen Sie die Sinnhaftigkeit der Investitionsentscheidung …

5. Die wesentlichen mathematischen Kompetenzen[12]

5.1 Inhaltsbereich Zahlen und Maße

Inhalt	Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung
1.1	mit natürlichen, ganzen, rationalen und reellen Zahlen rechnen, ihre Beziehungen argumentieren und auf der Zahlengeraden veranschaulichen Kommentar: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ...\}$
1.2	Zahlen in Fest- und Gleitkommadarstellung in der Form $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ und $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$ darstellen und damit grundlegende Rechenoperationen durchführen
1.3	Vielfache und Teile von Einheiten mit den entsprechenden Zehnerpotenzen darstellen (Nano bis Tera); Größen als Maßzahl mal Maßeinheit darstellen
1.4	überschlagsrechnen und runden, Ergebnisse beim Rechnen mit Zahlen abschätzen und in kontextbezogener Genauigkeit angeben
1.5	Zahlenangaben in Prozent und Promille im Kontext anwenden und mit Prozentsätzen und Promillesätzen rechnen
1.6	den Betrag einer Zahl verstehen und anwenden

5.2 Inhaltsbereich Algebra und Geometrie

Inhalt	Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung
2.1	rechnen mit Termen Kommentar: keine Polynomdivision und keine Partialbruchzerlegung
2.2	Rechenregeln für Potenzen mit ganzzahligen und mit rationalen Exponenten anwenden; Potenz- und Wurzelschreibweise ineinander überführen
2.3	Rechengesetze für Logarithmen anwenden
2.4	lineare Gleichungen in einer Variablen anwendungsbezogen aufstellen, lösen, die Lösungen interpretieren und argumentieren
2.5	Formeln der elementaren Geometrie anwenden, erstellen, begründen und interpretieren Kommentar: Es werden die Inhalte der elementaren Geometrie vorausgesetzt: Ähnlichkeit, der Lehrsatz des Pythagoras, Dreiecke, Vierecke, Kreis, Würfel, Quader, gerade Prismen, gerade Pyramiden, Zylinder, Kegel, Kugel, Längen, Flächen und Rauminhalte in anwendungsbezogenen Problemen.
2.6	eine Formel nach einer der variablen Größen umformen und die gegenseitige Abhängigkeit der Größen in einer Formel interpretieren und erklären Kommentar: Formeln können aus allen Gebieten vorkommen, z. B. aus Technik, Wirtschaft und Naturwissenschaft. Sie müssen nicht im Fachzusammenhang verstanden werden, dennoch soll die Abhängigkeit der variablen Größen voneinander interpretiert werden können.
2.7	lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen anwendungsbezogen aufstellen, lösen und die verschiedenen möglichen Lösungsfälle argumentieren, interpretieren und grafisch veranschaulichen

12 Grundkompetenzkatalog A der sRDP für Angewandte Mathematik, siehe: www.bifie.at/node/1390, Stand: 18.2.2013 (1. März 2013)

2.8	lineare Gleichungssysteme mit mehreren Variablen anwendungsbezogen aufstellen, mithilfe von Technologieeinsatz lösen und das Ergebnis in Bezug auf die Problemstellung interpretieren und argumentieren
2.9	quadratische Gleichungen in einer Variablen anwendungsbezogen aufstellen, lösen und die verschiedenen möglichen Lösungsfälle interpretieren und argumentieren
2.10	Exponentialgleichungen vom Typ $a^{k \cdot x} = b$ nach der Variablen x auflösen
2.11	Exponentialgleichungen oder Gleichungen mit trigonometrischen Funktionen in einer Variablen mit Einsatz von Technologie auflösen und das Ergebnis interpretieren
2.12	Seitenverhältnisse im rechtwinkeligen Dreieck durch Sinus, Cosinus und Tangens eines Winkels angeben; Seiten und Winkel anwendungsbezogen berechnen

5.3 Inhaltsbereich Funktionale Zusammenhänge

Inhalt	Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung
3.1	eine Funktion als eindeutige Zuordnung erklären und als Modell zur Beschreibung der Abhängigkeit zwischen Größen interpretieren; den Graphen einer gegebenen Funktion mit Technologie darstellen, Funktionswerte ermitteln und den Verlauf des Graphen im Kontext interpretieren Kommentar: Variable kontextbezogen benennen (nicht nur x und y); dies gilt auch für Parameter von Funktionen (am Beispiel der linearen Funktion: nicht nur k für Anstieg, d für Ordinatenabschnitt)
3.2	lineare Funktionen anwendungsbezogen modellieren, damit Berechnungen durchführen, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren; den Graphen einer linearen Funktion im Koordinatensystem darstellen und die Bedeutung der Parameter für Steigung und Ordinatenabschnitt kontextbezogen interpretieren; eine lineare Gleichung in zwei Variablen als Beschreibung einer linearen Funktion interpretieren
3.3	Potenzfunktionen ($y = c \cdot x^n$ mit $n \in \mathbb{Z}, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ sowie $y = \sqrt{x}$ mit $x \in \mathbb{R}^+_0$ grafisch darstellen und ihre Eigenschaften (Definitions- und Wertemenge, Symmetrie, Polstelle, asymptotisches Verhalten) anhand ihres Graphen interpretieren und damit argumentieren
3.4	Polynomfunktionen grafisch darstellen und ihre Eigenschaften bis zum Grad 3 (Null-, Extrem- und Wendestellen, Monotonieverhalten) interpretieren und damit argumentieren
3.5	Exponentialfunktionen grafisch darstellen, als Wachstums- und Abnahmemodelle interpretieren, die Verdopplungszeit und die Halbwertszeit berechnen und im Kontext deuten sowie den Einfluss der Parameter von Exponentialfunktionen interpretieren Kommentar: die prototypischen Verläufe der Graphen von f mit $f(x) = a \cdot b^x + c$ mit $b \in \mathbb{R}^+$, $a, c, x \in \mathbb{R}$ bzw. $f(x) = a \cdot e^{\lambda \cdot x} + c$ mit $a, c, \lambda \in \mathbb{R}$ kennen; die Parameter a und b (bzw. λ) in unterschiedlichen Kontexten deuten
3.6	lineare Funktionen und Exponentialfunktionen strukturell vergleichen, die Angemessenheit einer Beschreibung mittels linearer Funktionen oder mittels Exponentialfunktionen argumentieren
3.7	die Nullstelle(n) einer Funktion gegebenenfalls mit Technologieeinsatz bestimmen und als Lösung(en) einer Gleichung interpretieren
3.8	Schnittpunkte zweier Funktionsgraphen gegebenenfalls mit Technologieeinsatz bestimmen und diese im Kontext interpretieren
3.9	anwendungsbezogene Problemstellungen mit geeigneten Funktionstypen (lineare Funktion, quadratische Funktion und Exponentialfunktion) modellieren Kommentar: Vorausgesetzt wird die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion sowie grundlegender Begriffe der Zinseszinsrechnung.
3.10	Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktionen mit Winkeln im Bogenmaß grafisch darstellen und die Eigenschaften dieser Funktionen interpretieren und argumentieren

5.4. Inhaltsbereich Analysis

Inhalt	Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung
4.1	Grenzwert und Stetigkeit von Funktionen auf der Basis eines intuitiven Begriffsverständnisses argumentieren
4.2	Differenzen- und Differenzialquotient als Änderungsraten interpretieren, damit anwendungsbezogen modellieren, rechnen und damit argumentieren Kommentar: Vorausgesetzt wird die Kenntnis des Zusammenhangs zwischen Weg, Ge-schwindigkeit und Beschleunigung. Keine Grenzwertberechnungen des Differenzenquotienten.
4.3	die Ableitungsfunktionen von Potenz-, Polynom- und Exponentialfunktionen und Funktionen, die aus diesen zusammengesetzt sind, berechnen Kommentar: einfache Regeln des Differenzierens auf die angeführten Funktionen anwenden: Summenregel, Produktregel, Kettenregel
4.4	Monotonieverhalten, Steigung der Tangente und Steigungswinkel, lokale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte von Funktionen am Graphen ablesen, mit Hilfe der Ableitungen modellieren, berechnen, interpretieren und argumentieren Kommentar: *Krümmungsverhalten* meint die Bedeutung des Vorzeichens der 2. Ableitung
4.5	den Zusammenhang zwischen Funktion und ihrer Ableitungsfunktion bzw. einer Stammfunktion beschreiben; in ihrer grafischen Darstellung interpretieren und argumentieren Kommentar: Die Kenntnis der Bedeutung der Integralfunktion in Kontexten (z.B. Energie als Zeitintegral der Leistung) wird nicht gefordert, jedoch soll aus der Änderungsrate einer Größe durch Integration die Größe selbst bestimmt werden können.
4.6	Stammfunktionen von Potenz- und Polynomfunktionen berechnen
4.7	das bestimmte Integral auf der Grundlage eines intuitiven Grenzwertbegriffes als Grenzwert einer Summe von Produkten interpretieren und damit argumentieren
4.8	das bestimmte Integral als orientierten Flächeninhalt interpretieren und berechnen

5.5 Inhaltsbereich Stochastik

Inhalt	Formulierung des Deskriptors: Inhalt und Handlung
5.1	Daten statistisch aufbereiten, Häufigkeitsverteilungen (absolute und relative Häufigkeiten) grafisch darstellen und interpretieren sowie die Auswahl einer bestimmten Darstellungsweise anwendungsbezogen argumentieren Kommentar: folgende Darstellungsweisen kennen: Kreis-, Stab- und Balken-/Säulendiagramme, Boxplot; eine mögliche Darstellungsweise auswählen, interpretieren und begründen und kritisch hinterfragen (z. B. Problem der Achsenskalierung, Wahl der Darstellung)
5.2.	Mittelwerte und Streuungsmaße von Häufigkeitsverteilungen berechnen, interpretieren und argumentieren Kommentar: Folgende Mittelwerte und Streuungsmaße sind gemeint: Median, arithmetisches Mittel und Standardabweichung, Quartil, Spannweite. Es werden die folgenden Bezeichnungen gewählt: » Für empirisch erhobene Daten x_i → Mittelwert $\overline{x}$ » Standardabweichung $s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ bei einer Vollerhebung (Grundgesamtheit, statt $\overline{x}$ auch μ bzw. statt s auch σ) » Standardabweichung einer Stichprobe als Schätzung auf die Grundgesamtheit $s=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ (bzw. $s\approx\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}$ für große Stichproben). In vielen Fällen wird in Lehrbüchern nicht klar zwischen den verschiedenen Formeln unterschieden, daher gilt für die Reife- und Diplomprüfung für den Teil A folgende Festsetzung: Beide Formeln für s (bzw. σ) gelten als richtige Lösung, gleichgültig, ob es sich um die Standardabweichung einer Grundgesamtheit oder um die Standardabweichung einer Stichprobe handelt.
5.3	die Wahrscheinlichkeit als intuitiven Grenzwert relativer Häufigkeiten interpretieren

5.4	die Additionsregel auf einander ausschließende Ereignisse und die Multiplikationsregel auf unabhängige Ereignisse anwenden; Zufallsexperimente als Baumdiagramm darstellen
5.5	mit der Binomialverteilung modellieren, ihre Anwendung begründen, Wahrscheinlichkeiten berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren
5.6	mit der Wahrscheinlichkeitsdichte und der Verteilungsfunktion der Normalverteilung modellieren, Wahrscheinlichkeiten berechnen und die Ergebnisse kontextbezogen interpretieren, Erwartungswert μ und Standardabweichung σ interpretieren und Auswirkungen auf die Wahrscheinlichkeitsdichte argumentieren.

6. Prototypische Reifeprüfung zur BRP mit Lösungserwartung und Lösungsschlüssel

Bei der Zusammenstellung der einzelnen Aufgaben wurde darauf geachtet, dass die fünf verschiedenen Inhaltsbereiche ausgewogen abgedeckt sind. Gleichermaßen war das Ziel, die Handlungen (A, B, R = C + D) annähernd gleichverteilt einzufordern (siehe 6.3 Übersicht).

Die einzelnen Aufgaben der nachfolgenden *prototypischen Reifeprüfung* erfüllen die in Kapitel 3.3 angegebenen Kriterien zur Aufgabenerstellung. In der angefügten *Lösungserwartung* wird jeweils nur ein Lösungsweg angeführt. Es wird aber darauf hingewiesen, dass auch alterntive Lösungswege immer zugelassen sind, sofern sie mathematisch nachvollziehbar sind. Der *Lösungsschlüssel* legt die Punkteverteilung fest.

Hinweise zu den Aufgaben: Antworten müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben. Diagramme sind zu beschriften und zu skalieren.

6.1 Aufgabenstellungen

1. Alkoholkonzentration

Die Alkoholkonzentration im Blut kann mithilfe der Widmark-Formel abgeschätzt werden: $c = \frac{V \cdot e \cdot \rho}{m \cdot r}$

c … Alkoholkonzentration im Blut in Promille
V… Volumen des Getränks in ml
e… Alkoholvolumenanteil (als Dezimalzahl)
ρ = 0,8 g/ml … Dichte von Alkohol
m… Masse der Person in kg
r… Reduktionsfaktor (Männer: 0,7; Frauen: 0,6)

a) Um in Österreich ein Kraftfahrzeug noch lenken zu dürfen, darf die Alkoholkonzentration im Blut maximal 0,5 Promille betragen.

- Berechnen Sie das Volumen an Schankbier mit einem Alkoholvolumenanteil von 0,044, das ein Mann mit 80 kg Körpermasse trinken darf, um in Österreich ein Kraftfahrzeug lenken zu dürfen. 1 x B
- Geben Sie das Volumen in Liter an. 1 x A

b) Besonders bei Personen mit geringerer Körpermasse wirkt sich übermäßiger Alkoholkonsum sehr stark aus.

- Argumentieren Sie mathematisch, warum diese Behauptung richtig ist. 1 x D

c) Die Alkoholkonzentration c im Blut wird als Funktion in Abhängigkeit vom Volumen V dargestellt. Die restlichen Größen werden dabei als konstant angenommen.

- Erstellen Sie den Graphen dieser Funktion. 1 x A

2. Entwicklungsstörungen

Laut einer Untersuchung (Bradstreet 2004, www.impfschaden.info/impfungenallgemein/impfstoffe/zusatzstoffe/thiomersal-untersuchung.html (1. März 2013)) sind 15 % der geimpften Kinder gefährdet, durch Impfungen neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden.

a) In einer Volksschulklasse sitzen 24 geimpfte Kinder.

- Begründen Sie mathematisch, warum in dieser Klasse zu erwarten ist, dass mindestens zwei Kinder gefährdet sind, neurologische Entwicklungsstörungen aufgrund von Impfungen zu erleiden. 1 x D

b) Für eine Familie mit 7 Kindern werden unten angegebene Berechnungen durchgeführt.

$$\mu = n \cdot p = 7 \cdot 0{,}15 = 1{,}05$$

$$P(X = 1) = \binom{7}{1} \cdot 0{,}15^1 \cdot 0{,}85^6 = 0{,}396$$

- Interpretieren Sie die beiden Ergebnisse der Berechnungen. 2 x C

c) In einer Untersuchung wurden die Daten von 15 417 geimpften Kindern erhoben. Man geht davon aus, dass 15 % der geimpften Kinder gefährdet sind, durch Impfungen neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 1 000 Kinder gefährdet sind, durch Impfungen neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden. 1 x B

3. Geschwindigkeitskontrolle

Studentengruppen führen gemeinsam mit der Polizei eine Geschwindigkeitskontrolle durch. Die Messstrecke beginnt an einem Stoppschild.

a) Die Messungen der Gruppe A sind in der folgenden Tabelle angegeben. Auf einem sechs Kilometer (km) langen Stück einer Landstraße werden nach einem halben Kilometer und nach sechs Kilometern die Fahrzeiten gemessen:

Messung	am Stoppschild	Messung 1	Messung 2
Fahrzeit t in Minuten	0	1	4
zurückgelegter Weg in km	0	0,5	6

Gruppe A modelliert ihre Messergebnisse für den Weg s in Abhängigkeit von der Fahrzeit t mit einer Polynomfunktion zweiten Grades.

- Stellen Sie die Bedingungsgleichungen auf. 1 x A
- Bestimmen Sie die Gleichungen, mit denen man die Koeffizienten der Polynomfunktion s berechnen kann. 1 x B

b) Gruppe B erarbeitet die folgende Funktion für den Weg s:

$$s(t) = -\tfrac{1}{6} \cdot t^3 + t^2 + \tfrac{1}{6} t$$

t … Fahrzeit in Minuten , $t \geq 0$

$s(t)$ … Entfernung vom Ausgangspunkt (Stoppschild) in Kilometer (km) zum Zeitpunkt t

- Berechnen Sie jene Zeit, bei welcher die Wegänderung am größten ist. 1 x B
- Argumentieren Sie mathematisch, warum das relative Maximum von s im Zeitraum der durchgeführten Geschwindigkeitsmessung nicht bei $t = 3{,}5$ Minuten liegt. 1 x D

c) Gruppe C gibt folgende Eigenschaften der Beschleunigungsfunktion a an:

1. $a(t)$ ist für $0 \leq t < 2$ positiv
2. für $t = 2$ ist a Null und
3. $a(t)$ ist für $t > 2$ negativ.

- Beschreiben Sie die Bedeutung der Eigenschaften der Funktion a in Bezug auf das Monotonieverhalten der Geschwindigkeitsfunktion v. 1 x C

d) In den Aufzeichnungen der Gruppe D steht das folgende Integral:

$$\int_0^4 v(t) \cdot dt$$

- Interpretieren Sie den Wert des Integrals im Kontext. 1 x C

4. Bauarbeiten

Auf dem ehemaligen Gelände der Struberkaserne werden Neubauten errichtet.

a) Wenn sechs Arbeiter Grabungsarbeiten für die Erstellung eines Kanals durchführen, benötigen sie für diese Arbeit 10 Tage. Da aber die Zeit drängt, setzt der Bauleiter für diese Arbeit 15 Arbeiter ein. Die tägliche Arbeitszeit pro Arbeiter bleibt gleich.

- Berechnen Sie, wie lange die 15 Arbeiter für die Arbeit benötigen. 1 x B
- Begründen Sie mathematisch, warum es sich hier um einen indirekt proportionalen Zusammenhang handelt. 1 x D

b) Die Frachtkosten für vier verschiedene Rohrtypen verhalten sich wie 3 : 4 : 1 : 2. Insgesamt müssen dafür a Euro bezahlt werden.

- Dokumentieren Sie, wie man die Frachtkosten für die einzelnen Rohrtypen berechnen kann. 1 x C

c) Für den Bau einer Lagerhalle muss ein Betonpfeiler im Boden eingegraben werden. Die Hälfte der Länge des Betonpfeilers wird dabei in sehr hartes Gestein gesetzt. Drei Achtel seiner Länge können in „normale Erde“ eingegraben werden. Der Rest von 1,5 m ragt aus dem Boden heraus.

- Berechnen Sie die Gesamtlänge des Betonpfeilers. 1 x B

d) Ein Betonpfeiler mit der Höhe b Meter (vom Boden aus gemessen) muss vorübergehend mit einem Holzbalken gestützt werden. Dieser Holzbalken schließt mit der Horizontalen einen Winkel α ein und ist am oberen Ende des Betonpfeilers befestigt.

- Geben Sie eine Formel zur Berechnung der waagrechten Entfernung e des Scheitels des Winkels α vom Betonpfeiler an. 1 x A

5. Koffeinmenge

Koffein wird im menschlichen Körper exponentiell abgebaut. Eine Tasse Kaffee enthält durchschnittlich eine Koffeinmenge von 100 Milligramm (mg).

a) Die Koffeinmenge im erwachsenen menschlichen Körper halbiert sich in jeweils fünf Stunden.

- Übertragen Sie den Sachverhalt in eine passende Grafik. Achten Sie auf die Achsenbeschriftungen und die Skalierungen. 1 x A

b) Bei Hermann wird die Koffeinmenge im Körper nach folgendem Gesetz abgebaut:

$K(t) = K_0 \cdot 0{,}87055^t$

t … Zeit in Stunden (h)

$K(t)$ … Koffeinmenge in mg zum Zeitpunkt t

Hermann trinkt seine Tasse Kaffee um 7:00 Uhr in der Früh.

- Berechnen Sie, nach welcher Zeit sich die Koffeinmenge auf 80 Milligramm reduziert. 1 x B
- Geben Sie den Zeitpunkt in Stunden und Minuten an. 1 x A

c) Markus trinkt am Morgen um 5:00 Uhr eine Tasse und um 8:00 Uhr eine weitere Tasse Kaffee. Er behauptet, dass er die um 10:00 Uhr vormittags im Körper vorhandene Koffeinmenge K mit folgender Formel berechnen kann:

$K = (100 \cdot a^3 + 100) \cdot a^2$

wobei a die Basis der den Zerfall beschreibenden Exponentialfunktion mit

$0 < a < 1$ ist.

- Argumentieren Sie mathematisch, ob die Behauptung von Markus richtig ist. 1 x D

d) Bei Raucherinnen/Rauchern verringert sich die Halbwertszeit der Koffeinmenge im Körper auf 3,5 Stunden, bei Schwangeren erhöht sie sich auf 8 Stunden.

- Interpretieren Sie den Einfluss der unterschiedlichen Halbwertszeiten auf den Abbau der Koffeinmenge im Körper. 1 x C

6. Netto- / Brutto-Warenwert

Der Brutto-Warenwert ist der Wert einer Ware inklusive Mehrwertsteuer (MWSt), aber ohne Zu- und Abschläge, beim Netto-Warenwert ist auch keine MWSt enthalten.

a) Der Brutto-Warenwert beträgt inklusive 20 % MWSt a Euro (€).

- Geben Sie eine Formel für den Netto-Warenwert an. 1 x A

b) Als guter Kunde erhalten Sie auf das gekaufte Produkt mit dem angeschriebenen Preis b in Euro 3 % Skonto (= Preisnachlass).

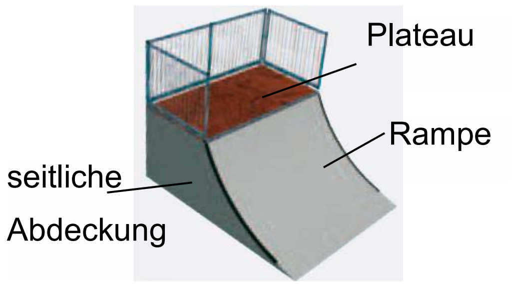
- Dokumentieren Sie, wie man den tatsächlich zu bezahlenden Preis angeben kann. 1 x C

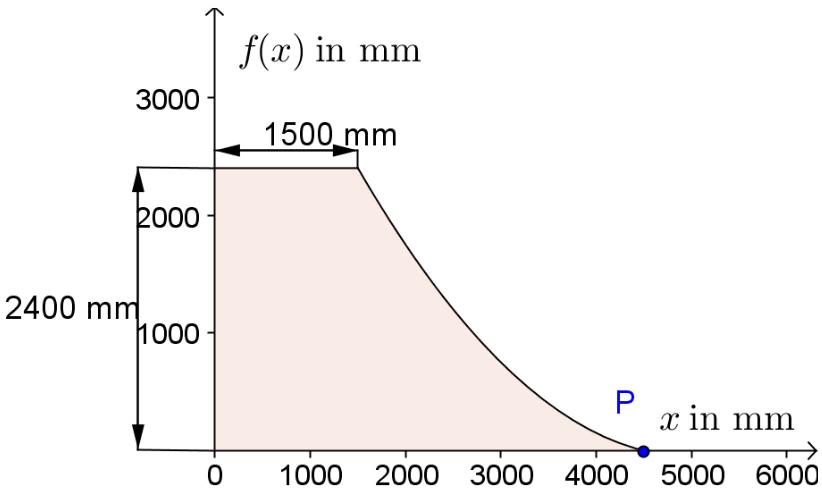
c) Nach Abzug von 12 % Kundenrabatt, einem Aufschlag von 15 % und einem Abzug von 1,5 % Skonto bezahlt eine chinesische Firma für einen aufgestellten Sessellift $1{,}376 \cdot 10^6$ Euro.

- Berechnen Sie den Brutto-Warenwert B. 1 x B
- Geben Sie B in der Gleitkommadarstellung an. 1 x A

7. Minirampe

Eine Firma, die Skate-Parks errichtet, plant eine neue Minirampe.





Der krummlinige Teil *f* des Profils der Rampe entspricht einer Parabel 2. Ordnung:

$f(x) = 2 \cdot 10^{-4} \cdot x^2 - 2 \cdot x + 4950 \qquad 1500 \leq x \leq x_P;\ x_P = 4500$

a) • Berechnen Sie den Flächeninhalt der seitlichen Abdeckung (siehe Abbildung oben).
1 x A, 1 x B

b) Der krummlinige Teil *f* des Profils endet im Punkt P.

• Begründen Sie mathematisch, warum im Punkt P keine waagrechte Tangente existiert. 1 x D

c) Auf Kundenwunsch wird eine größere Rampe errichtet.

Alle Angaben in Millimeter.

Die Höhe der Rampe wird von 2 400 mm auf 2 675 mm vergrößert, die Breite des Plateaus bleibt mit 1 500 mm unverändert.
Der Tiefpunkt der Parabel 2. Ordnung liegt bei $T = (4500 \mid -25)$.

- Geben Sie die notwendigen Bedingungsgleichungen für die Erstellung der Funktionsgleichung der Parabel 2. Ordnung an. 2 x A

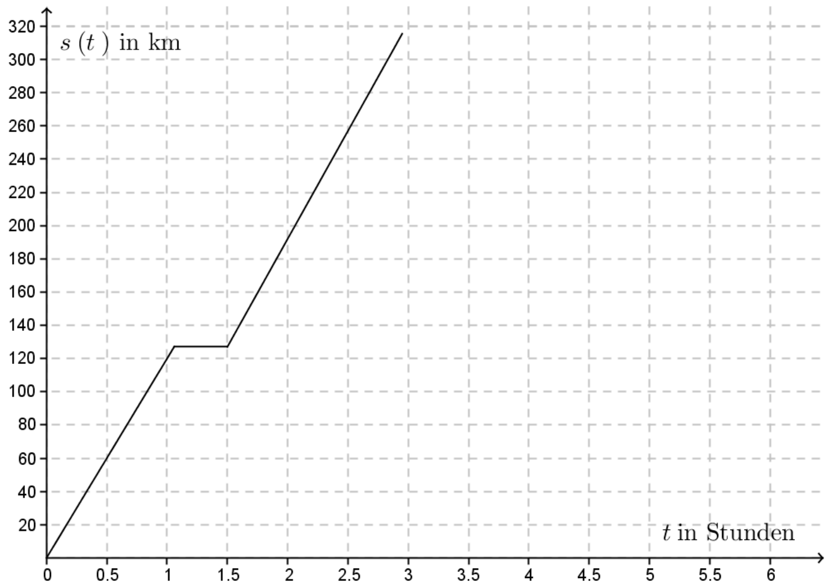
8. Eisenbahnstrecke Salzburg – Wien

Die Eisenbahnstrecke Salzburg–Wien ist 317 Kilometer (km) lang, von Salzburg nach Linz sind es 127 km.

a) Der „railjet" fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 130 Kilometern pro Stunde (km/h) auf der Strecke von Salzburg nach Wien.

- Stellen Sie für den „railjet" eine Funktionsgleichung auf, die die Entfernung von Wien in Abhängigkeit von der Fahrtdauer t beschreibt. 1 x A

b) Der folgende Graph zeigt näherungsweise den zurückgelegten Weg s in Abhängigkeit von der Fahrtdauer t, den ein Zug von Salzburg nach Wien zurücklegt.



- Interpretieren Sie den Graphen in Hinblick auf die Fahrt des Zuges von Salzburg nach Wien. 1 x C
- Berechnen Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit des Zuges für die gesamte Strecke. 1 x B

c) Der „railjet RJ67" fährt um 15:02 Uhr von Salzburg über Linz (16:08 Uhr) nach Wien mit der Ankunftszeit um 17:24 Uhr. Der „railjet RJ 64" fährt um 15:36 Uhr von Wien auf gleicher Strecke über Linz (16:53 Uhr) nach Salzburg mit der Ankunftszeit um 17:58 Uhr.

- Erstellen Sie die Graphen für die beiden Railjets in einem gemeinsamen Koordinatensystem. 1 x B
- Lesen Sie aus dem Graphen ab, wann die beiden Züge aneinander vorüberfahren. 1 x C

9. Arbeitslosigkeit in Europa

In der Diskussion über die Möglichkeit der Erweiterung der Europäischen Union spielt die Betrachtung der Arbeitslosigkeit eine bedeutende Rolle. Die Arbeitslosigkeit in einem Land wird durch die Arbeitslosenquote angegeben, das ist die Zail der Arbeitslosen bezogen auf die Zahl der Erwerbstätigen in Prozent.

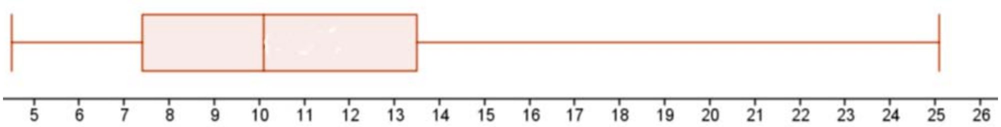
a) In untenstehender Tabelle sind die Arbeitslosenquoten (Arbeitslose in Prozent der Erwerbstätigen) im Jahr 2012 der derzeitigen Beitrittskandidaten der Europäischen Union dargestellt.

Quelle: WKO, http://wko.at/statistik/eu/europa-arbeitslosenquoten.pdf (19. März 2013)

Land	Arbeitslosenquote in %
Island	6,4
Kroatien	14,2
Mazedonien	30,8
Montenegro	20,0
Serbien	26,4
Türkei	7,5

- Übertragen Sie die Tabelle in ein Balkendiagramm. 1 x A
- Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und die empirische Standardabweichung dieser Arbeitslosenquoten. 1 x B

b) Das untenstehende Boxplot-Diagramm stellt die Arbeitslosenquoten der derzeitigen 27 Mitgliedsländer der Europäischen Union dar.



- Lesen Sie Median, Spannweite, oberes und unteres Quartil ab. 1 x C
- Erklären Sie unter Bezugnahme auf das Boxplot-Diagramm, was über die Arbeitslosenquoten jener 25 % der derzeitigen Mitgliedssstaaten mit der höchsten Arbeitslosigkeit ausgesagt werden kann. 1 x D

c) Im Jahr 2011 betrug die Arbeitslosenquote in Österreich 4,2 %. Laut Statistik Austria (www.statistik.at 19. März 2013) betrug damals die Bevölkerungszahl 8 420 900 Einwohner und die Erwerbsquote (Zahl der Erwerbstätigen bezogen auf die Einwohnerzahl in Prozent) 75,3 %.

- Berechnen Sie die Zahl der arbeitslosen Personen im Jahr 2011. 1 x B

6.2 Lösungserwartungen und Lösungsschlüssel

1. Alkoholkonzentration

a) $0{,}5 = \dfrac{V \cdot 0{,}044 \cdot 0{,}8}{80 \cdot 0{,}7}$

$V = 795{,}45\text{ml}$

$V \approx$ ca. $0{,}8\text{l}$ Bier

Deskriptor 2.6 — 1 x B für die richtige Berechnung von V
1 x A für die richtige Umwandlung in Liter

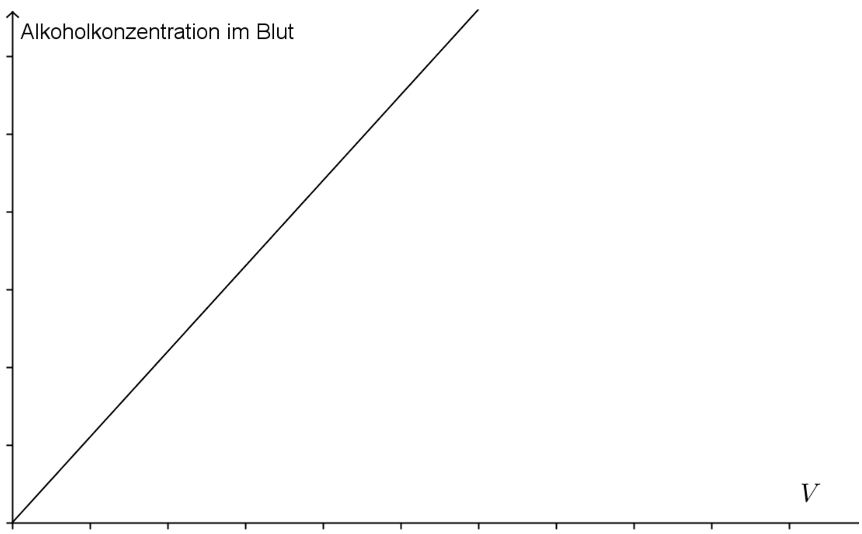
b) Alle anderen Größen werden zu der Konstanten k zusammengefasst:

$c = \dfrac{k}{m}$

Verdoppelt sich m, so halbiert sich c. Diesen Zusammenhang bezeichnet man als indirekte Proportionalität.

Deskriptor 3.3 — 1 x D für die richtige Argumentation

c)



Deskriptor 3.2 — 1 x C für den passenden Graphen inklusive richtiger Achsenbeschriftungen

2. Entwicklungsstörungen

a) Mit dem Erwartungswert kann man berechnen, wie viele geimpfte Kinder gefährdet sind, voraussichtlich neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden:

$\mu = n \cdot p = 24 \cdot 0{,}15 = 3{,}6$ Kinder

Somit erwartet man, dass unter 24 Kindern etwa 3 bis 4 Kinder neurologische Entwicklungsstörungen aufweisen.

Deskriptor 5.5	1 x D für die richtige Begründung

b) Mit dem Erwartungswert μ berechnet man, wie viele geimpfte Kinder gefährdet sind, voraussichtlich neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden. Hier ist der Erwartungswert etwa bei 1.

Mit $P(X = 1)$ berechnet man die Wahrscheinlichkeit, dass genau 1 Kind von 7 gefährdet ist, voraussichtlich neurologische Entwicklungsstörungen zu erleiden. Diese Wahrscheinlichkeit beträgt ca. 40 %.

Deskriptor 5.5	1 x C für die richtige Interpretation des Erwartungswertes 1 x C für die richtige Interpretation der Wahrscheinlichkeit

c) $\mu = n \cdot p = 15\,417 \cdot 0{,}15 = 2\,312{,}55$

$\sigma = \sqrt{(n \cdot p \cdot (1-p))} = \sqrt{(15\,417 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}85)} = 44{,}34$

$P(X > 1\,000) = \text{normalcdf}(1\,001, 1E99, 2\,312.55, 44.34) = 1$

Anmerkung: Rechnung mit Technologieeinsatz auch mit Binomialverteilung möglich.

Deskriptor 5.6	1 x B für die richtige Berechnung

3. Geschwindigkeitskontrolle

a) $s(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$

I. $s(0) = 0 : c = 0$

II. $s(1) = 0{,}5 : a + b = 0{,}5$

III. $s(4) = 6 : a \cdot 4^2 + b \cdot 4 = 6$

Deskriptor 4.4	1 x A für das Aufstellen der richtigen Bedingungsgleichungen 1 x B für die richtigen Gleichungen mit den Koeffizienten

b) Es ist die Wendestelle gefragt.

Bei $t = 2$ Minuten liegt die größte momentane Wegänderung vor.

Die Bedingungen für ein relatives Maximum lauten:

$s'(t) = 0 \wedge s''(t) < 0, s'(3{,}5) = 1{,}04 > 0$

Damit ist die erste Bedingung nicht erfüllt. Es liegt kein relatives Maximum vor.

Deskriptor 4.4	1 x B für die richtige Berechnung der Wendestelle 1 x D für die richtige Argumentation

c) Da im Zeitintervall $0 \leq t < 2$ die Beschleunigung positiv ist, muss dort der Graph der Geschwindigkeitsfunktion v monoton steigen.

Für $t = 2$ ist die Beschleunigung Null, v ist zu diesem Zeitpunkt konstant.

Da für $t > 2$ die Beschleunigung negativ ist, nimmt der Graph der Geschwindigkeitsfunktion v streng monoton ab.

Deskriptor 4.4	1 x C für die richtige Beschreibung des Monotonieverhaltens in den drei Zeitabschnitten.

d) Es gibt den zurückgelegten Weg im Intervall $[0;4]$ an.

Deskriptor 4.7	1 x C für die richtige Interpretation

4. Bauarbeiten

a) 1 Arbeiter benötigt 60 Tage, 15 Arbeiter benötigen 4 Tage.

Doppelt so viele Arbeiter benötigen nur die Hälfte der Tage, daher handelt es sich um einen indirekt proportionalen Zusammenhang.

Deskriptor 2.4, 3.3	1 x B für die richtige Berechung der Zeit 1 x D für die richtige Begründung

b) Es sind 10 Teile, die auf a aufgeteilt werden müssen, es entfallen auf einen Teil $\frac{a}{10}$

Somit verteilen sich die Rohrkosten folgendermaßen:

$\frac{3a}{10} \quad \frac{2a}{5} \quad \frac{a}{10} \quad \frac{a}{5}$

Deskriptor 2.1	1 x C für die richtige Dokumentation

c) $l = \frac{l}{2} + \frac{3l}{8} + 1{,}5 \Rightarrow \frac{l}{8} = 1{,}5$

$l = 12\,\text{m}$

Die Gesamtlänge des Betonpfeilers macht 12 m aus.

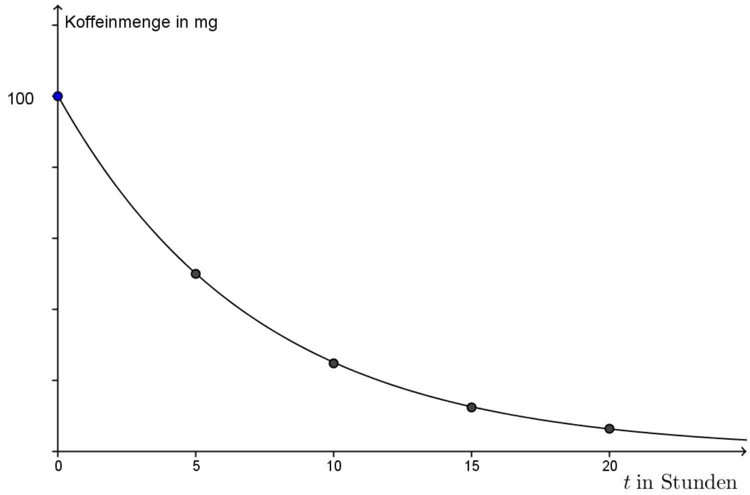
Deskriptor 2.4	1 x B für die richtige Berechnung der Länge des Betonpfeilers

d) $\tan\alpha = \frac{b}{e} \Rightarrow e = \frac{b}{\tan\alpha}$

Deskriptor 2.12	1 x A für die richtig aufgestellte Formel

5. Koffeinmenge

a)



Deskriptor 3.5	1 x A für den richtigen Graphen

b) $K(t) = 0{,}80 \Rightarrow 0{,}80 = 0{,}87055^t$

$t = 1{,}609$

Nach ca. 1,6 Stunden ist die Koffeinmenge im Körper Hermanns auf 80 Milligramm abgesunken. Das sind ca. 1 Stunde 37 Minuten, um ca. 8:37 Uhr ist die Koffeinmenge in Hermanns Körper auf 80 Milligramm abgesunken.

Deskriptor 3.5	1 x B für die richtige Berechnung der Zeit 1 x A für die richtige Umwandlung der Zeit

c) 5:00 Uhr: $K_0 = 100\,\text{mg}$

8:00 Uhr: $K_0 \cdot a^3 + K_0 = 100 \cdot a^3 + 100$

10.00 Uhr: $(K_0 \cdot a^3 + K_0) \cdot a^2 = (100 \cdot a^3 + 100) \cdot a^2$

Damit ist die Behauptung von Markus richtig.

Deskriptor 3.9	1 x D für die richtige Argumentation

d) Geringere Halbwertszeit bedeutet schnelleren Abbau, längere Halbwertszeit langsameren Abbau.

Deskriptor 3.5	1 x C für die richtige Interpretation

6. Netto- / Brutto-Warenwert

a) $N = \frac{a}{120} \cdot 100$

Deskriptor 1.5	1 x A für das richtige Aufstellen der Formel

b) $100\% - 3\% = 97\,\%$, $P = 0{,}97 \cdot b$ Euro

Deskriptor 1.5	1 x C für die richtige Dokumentation

c) $B \cdot 0{,}88 \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}985 = 1{,}376 \cdot 10^6$

$$B = \frac{1{,}376 \cdot 10^6}{0{,}88 \cdot 1{,}15 \cdot 0{,}985} \approx 1{,}4 \cdot 10^6$$

Deskriptor 1.4, 1.5	1 x B für die richtige Berechnung von B 1 x A für die richtige Angabe in der Gleitkommadarstellung

7. Minirampe

a) $A_1 = a \cdot b = 2400 \cdot 1500 = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{mm}^2 = 3{,}6\ \text{m}^2$

$A_2 = \int_{1500}^{4500} f(x) \cdot dx = 2{,}7 \cdot 10^6\ \text{mm}^2 = 2{,}7\ \text{m}^2$

$A_3 = A_1 + A_2 = 6{,}3\ \text{m}^2$

Deskriptor 4.8	1 x A für das richtige Aufstellen der beiden ersten Gleichungen 1 x A für das richtige Aufstellen der 3. Gleichung 1 x B für die richtige Berechnung der Fläche

b) Es wird die Funktion f abgeleitet und die Steigung im Punkt P berechnet.

$f'(4{,}5) = -0{,}2 \neq 0$

Weil die Steigung der Tangente ungleich Null ist, liegt im Punkt P keine waagrechte Tangente vor.

Deskriptor 4.4	1 x D für die richtige Begründung

c) Aufstellen der Bedingungsgleichungen mit $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

I. $f(1{,}5) = 2{,}675$

II. $f(4{,}5) = -0{,}025$

III. $f'(4{,}5) = 0$

Das Verwenden der Größen in Millimetern ist auch zulässig.

Deskriptor 4.4	1 x A für das richtige Aufstellen der Bedingungsgleichungen

8. Eisenbahnstrecke Salzburg – Wien

a) $s(t) = 317 - 130t$

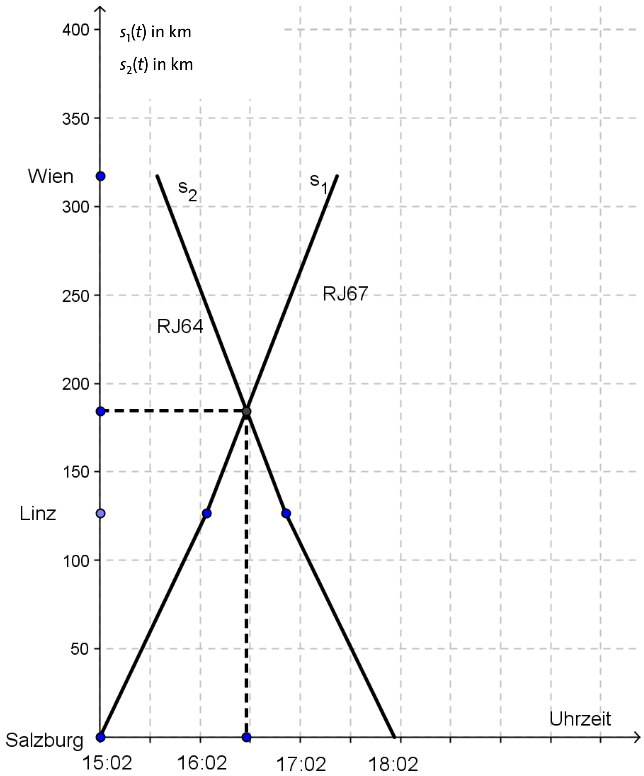
Deskriptor 3.2	1 x A für das richtige Aufstellen der Gleichung

b) Im ersten Abschnitt fährt der Zug mit konstanter Geschwindigkeit, macht anschließend eine Pause und fährt mit konstanter Geschwindigkeit weiter nach Wien.

Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit: $\frac{317}{2{,}95} \approx 107{,}46\ \text{km/h}$

Deskriptor 3.2	1 x C für die richtige Interpretation 1 x B für die richtige Berechnung der Durchschnittsgeschwindigkeit

c)

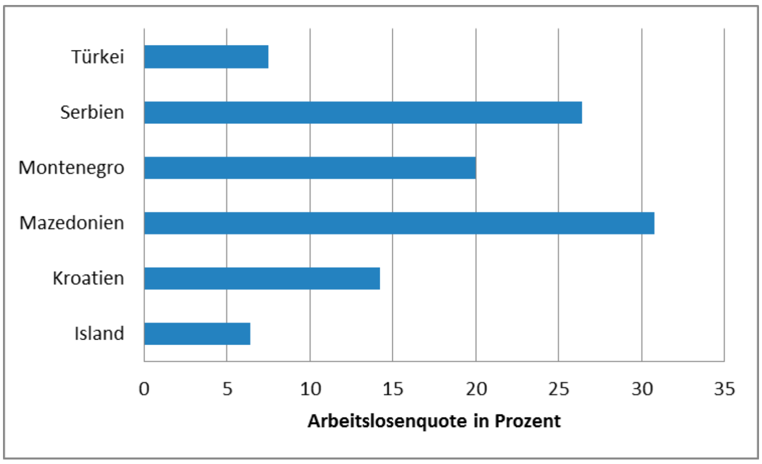


Die beiden Railjets fahren um ca. 16:30 Uhr aneinander vorüber.

Deskriptor 3.2	1 x A für die richtige Übersetzung des Textes in den Graphen 1 x C für das richtige Ablesen den Zeitpunktes

9. Arbeitslosigkeit in Europa

a)



Mittelwert $\overline{x} = 17{,}55$, empirische Standardabweichung $s = 9{,}9643$

Deskriptor 5.1, 5.2	1 x A für das richtige Balkendiagramm 1 x B für richtige Berechnung

b) Median = 10,1

Spannweite = 25,2 – 4,5 = 20,7

unteres Quartil = 7,4

oberes Quartil = 13,5

Die Arbeitslosenquote liegt zwischen 13,5 % und 25,2 %, da 25 % der Werte der Messreihe zwischen oberem Quartil und Maximum liegen.

Deskriptor 5.2	1 x C für richtiges Ablesen der Werte 1 x D für richtige Erklärung

c) 8 420 900 · 0,753 · 0,042 = 266 320 Personen

Deskriptor 1.5	1 x B für richtige Berechnung

6.3 Übersicht über die Verteilung der Punkte

bei den verschiedenen Ausprägungen der Handlungsdimension

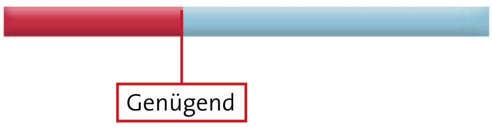
	erreichbare Punkte				erreichte Punkte			
	A	B	C	D	A	B	C	D
1a	1	1						
1b				1				
1c	1							
2a				1				
2b			2					
2c		1						
3a	1	1						
3b		1		1				
3c			1					
3d			1					
4a		1		1				
4b			1					
4c		1						
4d	1							
5a	1							
5b	1	1						
5c				1				
5d			1					
6a	1							
6b			1					
6c	1	1						
7a	1	1						
7b				1				
7c	2							
8a	1							
8b		1	1					
8c	1			1				
9a	1	1						
9b			1	1				
9c		1						
SUMME	14	12	9	8				

Die auf der folgenden Seite angegebene Tabelle bezieht sich auf obige Punkteverteilung und soll nur als Hilfestellung zur Berechnung des „cut scores“ dienen. Die Punkte für die „cut scores“ können sich je nach Schwierigkeitsgrad der Aufgabenstellungen verschieben. Diese empfohlenen Punktegrenzen gelten nur bis zur Einführung der SRDP in der BRP. Ab diesem Zeitpunkt werden die „cut scores“ vom BIFIE festgelegt. Die folgende Tabelle ist daher nur ein Vorschlag für die Übergangszeit bis 2016 und kann von der Prüferin/dem Prüfer in Abhängigkeit vom Schwierigkeitsgrad noch variiert werden.

<table>
<tr><th>Kompetenzen</th><th>A</th><th>B</th><th>R</th><th>Gesamt</th></tr>
<tr><td>Punkte</td><td>12</td><td>12</td><td>18</td><td>42</td></tr>
<tr><td>„Wesentliches überwiegend erfüllt“</td><td colspan="3" rowspan="4">Der „Cut score“ ist je nach Schwierigkeitsgrad individuell von der Prüferin vom Prüfer festzulegen.</td><td>18 Punkte</td></tr>
<tr><td>„Wesentliches zur Gänze erfüllt“</td><td>25 Punkte</td></tr>
<tr><td>„über das Wesentliche hinaus erfüllt“</td><td>32 Punkte</td></tr>
<tr><td>„weit über das Wesentliche hinaus erfüllt“</td><td>37 Punkte</td></tr>
</table>

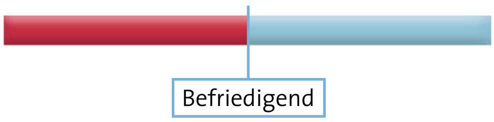
Für die Note GENÜGEND muss man bei der Reifeprüfung den Summen-*cut score* für „Wesentliches überwiegend erfüllt“ erreicht haben.

z. B.:



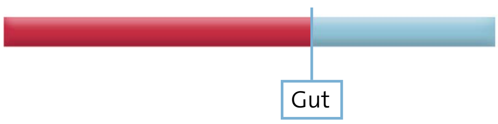
Für die Note BEFRIEDIGEND muss man bei der Reifeprüfung den Summen-*cut score* für „Wesentliches zur Gänze erfüllt“ erreicht haben.

z. B.:



Für die Note GUT muss man bei der Reifeprüfung den Summen-*cut score* für „Wesentliches zur Gänze erfüllt“ haben.

z. B.:



Für die Note SEHR GUT muss man bei der Reifeprüfung den Summen-*cut score* für „weit über das Wesentliche hinaus erfüllt“ erreicht haben.

z. B.:

Anmerkungen zum Auffinden des cut scores

In der Leistungsbeurteilungsverordnung wird der Begriff des „Wesentlichen" für die Definition der Notenskala herangezogen. Damit ist es unumgänglich, die Aufgabenpunkte nach diesem Gesichtspunkt zu differenzieren. Es ist empfehlenswert die Aufgaben in vier Schwierigkeitsgruppen einzuteilen, wobei darauf zu achten ist, dass in den beiden Gruppen mit den geringeren Schwierigkeiten sich jene Aufgaben befinden, die das Wesentliche abfragen. Über diese Festlegung können die *cut scores* für die Bereiche „Wesentliches überwiegend erfüllt" und „Wesentliches zur Gänze erfüllt" definiert werden. Die restlichen beiden cut scores können die Zuordnung der Aufgabenpunkte der beiden Gruppen mit höheren Schwierigkeiten zu den Bereichen „über das Wesentliche hinaus erfüllt" und „weit über das Wesentliche hinaus erfüllt gefunden werden.

Bei der Zusammenstellung der BRP ist darauf zu achten, dass ca. zwei Aufgaben in den beiden Gruppen mit niedrigerer Schwierigkeit eine Aufgabe in den Gruppen mit höherer Schwierigkeit gegenübersteht.

Die bis jetzt durchaus übliche Festlegung, dass für die Note „Genügend" mehr als 50 % (nicht LBVO konform) der Aufgaben zu lösen sind, sollte auch aus folgenden Gründen nicht herangezogen werden:

» Der *cut score* für die Note „Genügend" muss als Summe der drei Handlungskompetenzen übertroffen werden, damit ist die Note „Genügend" im Vergleich zu einer nicht nach Handlungskompetenz differenzierten Beurteilung wesentlich schwieriger zu erreichen.

» Da in der Regel keine Teillösungen von Aufgaben zu Punkten führen, sind Punkte generell schwieriger zu erreichen.

Download unter

WWW.ERWACHSENENBILDUNG.AT